

# Curva Forward no Mercado de Energia Elétrica Brasileiro: Construção, Modelagem, Previsão e Simulação

Felizatti, H. L.<sup>1</sup>; Hansen, P. M.<sup>2</sup>; Hotta, L. K.<sup>3</sup>; Herencia, M. E. Z.<sup>4</sup>.

<sup>1</sup> *Instituto de Matemática e Estatística Universidade Federal de Goiás, Diretor da Dcide Ltda.*  
E-mail: leme@dcide.com.br

<sup>2</sup> *Diretor Presidente da Dcide Ltda.*  
E-mail: patrick@dcide.com.br

<sup>3</sup> *Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica Universidade Estadual de Campinas*  
E-mail: hotta@ime.unicamp.br

<sup>4</sup> *Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica Universidade Estadual de Campinas*  
E-mail: amadeus@ime.unicamp.br

## Resumo

A informação mais essencial para a comercialização de energia é a curva Forward, que define os preços ao qual uma posição em aberto de energia pode ser liquidada no mercado para diversas maturidades. Existe muita discrepância na forma de definir a curva Forward para o mercado de energia brasileiro. Diversos agentes entendem que preços futuros estão relacionados principalmente com o custo marginal de expansão (CME), mas essa quantidade não incorpora nenhuma informação sobre comercialização. Por outro lado, existe pouca ou nenhuma informação pública sobre preços de médio e longo prazos limitando a transparência e aumentando a assimetria de informação entre agentes. Este trabalho propõe três abordagens para capturar curvas Forward diretamente do mercado, organizar essas curvas de maneira lógica, acompanha-las no tempo e medir sua volatilidade. Adicionalmente, são propostas duas classes de modelos estatísticos, a primeira visando capturar a estrutura a termo dos preços através de fatores latentes e a outra que modela a variação das curvas em conjunto com as volatilidades históricas. Os modelos são avaliados através de previsões fora da amostra e verificamos que a segunda abordagem fornece previsões com erros toleráveis, replicando a volatilidade histórica das curvas, permitindo assim a precificação de contratos e análise de risco.

# 1. Introdução

O mercado de energia brasileiro tem muitas características específicas que fazem com que os agentes de mercado tenham que lidar com variáveis e detalhes regulatórios não encontrados em mercados financeiros ou em mercados de eletricidade de outros países. Isso limita a utilização de técnicas e melhores práticas desenvolvidas e comumente utilizadas em outros mercados, como a teoria de mercados eficientes e preços distribuídos log-normalmente. Em particular, o tratamento de preços de energia no SEB (Sistema Elétrico Brasileiro) leva os agentes não só a investir em departamentos especializados em previsão de preços, mas também a criar seus próprios modelos de gestão de risco.

No SEB os preços de energia são publicados semanalmente e são função de uma cadeia de modelos computacionais denominados NEWAVE e DECOMP que tem o objetivo de otimizar a curva de custo futura de energia baseado em uma série de entradas e, a partir dela, obter a política de operação com mínimo custo, fixado um nível de risco de déficit, e assim definir o custo marginal de operação [1].

O principal produto dessa cadeia de modelos é o PLD (Preço de Liquidação das Diferenças) que é o único preço oficial do mercado de energia e serve para liquidar todas as sobras e déficits dos agentes nos ambientes de comercialização livre e regulado, valorar as penalidades e é utilizado como balizador de preços em contratos de balcão.

A forma de cálculo do PLD implica que ele não é uma quantidade formada por expectativa do mercado e não considera o prêmio do risco intrínseco ao processo de comercialização de energia. De fato, o PLD é uma quantidade que reflete a operação do setor, no sentido de despachar as usinas e gerenciar as fontes de geração de energia e, portanto fornece pouca informação para tomada de decisão em contratação de energia para horizontes de mais longo prazo [1].

Por outro lado, as operações de energia são praticamente todas fechadas no mercado de balcão através de contratos energia que não são padronizados e, no geral, contém diversos derivativos embutidos que complicam ainda mais a avaliação dos instrumentos e limitam a descoberta de preços de mercado, já que os preços desses produtos não podem ser comparados diretamente.

Iniciativas de formação de bolsas de energia não têm sido bem sucedidas até o momento. Além disso, os leilões de compra de energia no ACR (Ambiente de Comercialização Regulado) não refletem corretamente os preços negociados no ACL (Ambiente de Comercialização Livre), pois as características de contratação são bem diferentes, representando riscos diferenciados para os vendedores. Como a grande maioria das operações do ACL é realizada no mercado de balcão e as partes envolvidas são as únicas que tem acesso a esses dados, existe uma falta de transparência no mercado e assimetria de informação. Isto dificulta o processo de precificação e mensuração de risco de operações individuais e carteiras de contratos.

Outros fatores como a fonte de energia, o submercado de referência da operação, variáveis climáticas, principalmente pluviometria e vento, desempenho econômico, cronograma de expansão da geração e as regras de comercialização também influenciam os preços de mercado em diversos horizontes de tempo.

Essas características fazem não só com que a modelagem, previsão e simulação de preços de mercado sejam tarefas desafiadoras, mas também inviabiliza a utilização de modelos consagrados em outros mercados, financeiros ou de energia, já as suposições postuladas por esses modelos não são aplicáveis ao mercado elétrico brasileiro [2] (cap 1, 6 e 7).

A alternativa é construir modelos tropicalizados para as necessidades específicas do setor. Nesse sentido, o primeiro passo é definir o conceito de curva Forward de preços de eletricidade e estruturar a captura dessa informação diretamente do mercado. Com base na curva Forward é possível modelar a estrutura a termo dos preços de mercado considerando inclusive o efeito de variáveis potencialmente importantes na previsão de preços e estimar a volatilidade dos preços futuros. A volatilidade dos preços é uma variável importante porque ela é a principal entrada dos modelos de apreçamento de contratos e mensuração de risco.

Existe muita discrepância na forma de definir a curva Forward para o mercado de energia brasileiro. Diversos agentes entendem que preços futuros estão relacionados principalmente com o custo marginal de expansão (CME) e, portanto, o preço de energia futuro é função da forma como a matriz energética nacional será expandida. Desta forma, a variação do CME entre agentes seria devido a diferenças de expectativas ou nova informação sobre o planejamento da expansão do setor [3]. Embora entender o impacto de novas fontes de energia sobre o CME seja importante, essa quantidade não representa adequadamente os preços de longo prazo por diversos motivos.

Em primeiro lugar, nenhuma informação de comercialização é utilizada na descoberta de preços. Adicionalmente, o CME não considera o prêmio do risco exigido pela exposição dos agentes às regras do ACL. Esse prêmio do risco pode ser algumas vezes maior que o PLD e é comumente denominado spread pelos agentes. Mais crítico ainda, a volatilidade do CME é muito menor que a dos preços de mercado fazendo com que a gestão de risco e a simulação de preços retornem métricas não realistas.

Alguns agentes de mercado possuem sua própria curva Forward, a qual é obtida através de cotação de energia no mercado em diferentes períodos de tempo. As curvas específicas de cada agente não refletem uma visão completa do mercado e podem ser fortemente influenciadas pelo mecanismo de captura adotado pela empresa, pela posição de determinado agente e também pelo produto cotado, no entanto, elas podem servir como uma boa referência inicial para os preços de mercado.

Esse trabalho vem propor uma estrutura de captura e organização da curva Forward adequada para o mercado de eletricidade brasileiro. Baseado na estrutura de dados adotada, sugerimos uma metodologia de modelagem da curva Forward que considera a estrutura a termo, o componente temporal e a volatilidade das curvas para a previsão dos preços futuros.

A partir dos modelos ajustados projetamos sua distribuição de probabilidade e validamos os modelos sobre diferentes métricas. Essas quantidades podem ser utilizadas em modelos de precificação de contratos e análise de risco de mercado.

O artigo está dividido como segue. Na seção 2 descrevemos os pontos importantes do funcionamento do mercado de energia elétrica brasileiro, em especial o ACL. Na seção 3 definimos o conceito de curva Forward e sugerimos uma maneira de organização e captura desses preços adequada para as necessidades do mercado. Na seção 4 discutimos modelos para ajustar a estrutura a termo das curvas Forward do mercado de energia brasileiro. Na seção 5

ajustamos os modelos a dados históricos de curvas Forward, estimamos a volatilidade e simulamos a distribuição futura dos preços. Na seção 6 são apresentadas as conclusões e trabalhos futuros.

## **2. Mercado de Energia Elétrica Brasileiro**

O SEB possui dois ambientes de contratação denominados ACR (Ambiente de Comercialização Regulado) e ACL (Ambiente de Comercialização Livre). Participam do ACR as distribuidoras de energia que representam os clientes cativos, os quais estão ligados diretamente às distribuidoras e não têm a opção de escolher o fornecedor de energia. Nesse ambiente as distribuidoras são obrigadas a contratar seu requisito de energia e esse processo é feito via leilões regulados, com regras específicas definidas para cada leilão. O objetivo desses leilões é financiar a construção de empreendimentos de geração, recontratar a energia existente e garantir a modicidade tarifária, protegendo o consumidor.

No ACL, por outro lado, os agentes são responsáveis pela contratação de sua energia e têm liberdade para negociar preços e formas de contratação diretamente com os geradores ou com as comercializadoras de energia. Participam desse ambiente os clientes livres, grandes consumidores de energia (geralmente indústrias, shoppings ou condomínios) com demanda de energia superior a 3000Kv, as comercializadoras e os geradores. As comercializadoras atuam como intermediárias comprando energia diretamente das geradoras e revendendo ao mercado através de contratos negociados no balcão que, muitas vezes, culminam em instrumentos com derivativos embutidos.

Pela natureza do setor elétrico brasileiro, o caráter dos agentes presentes no ACL não é especulativo, apesar de haver grande concentração do volume de negociação em poucos agentes grandes. Nesse ambiente os clientes livres buscam contratar seus requisitos de energia da maneira mais adequada ao seu processo de consumo e os comercializadores tomam parte do risco de mercado para estruturar produtos personalizados para esses clientes. Adicionalmente, os agentes têm que levar muitas variáveis em consideração para tomar determinada posição no mercado. Exemplos são o desempenho da economia e seu potencial efeito no consumo dos agentes, quantidade e perfil das chuvas anuais, horizonte de tempo de contratação, evolução da oferta de energia e, principalmente, o nível dos preços futuros.

Apesar de o ACL se referir a um ambiente onde a contratação é livre existe uma série de regras de comercialização, definidas pela CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica), que na prática funcionam como restrições à comercialização. A CCEE é uma espécie de câmara de compensação que, dentre diversas atribuições, é responsável por toda a contabilização do SEB, por calcular e publicar o PLD, cadastrar e medir o consumo, geração e registrar contratos de curto prazo [4].

Dentre as muitas regras de comercialização existem algumas que são de grande importância e afetam diretamente as variáveis de mercado. Primeiramente, todos os agentes devem adquirir lastro contratual, o qual está sujeito a uma determinada regra de verificação. O lastro tem o papel fundamental de proteger o sistema de um déficit sistêmico e inibir especulação perversa. Nesse sentido clientes livres têm que registrar contratos de energia na CCEE para cobrir seu requisito de consumo. Comercializadores e geradores também tem que

lastrear todas as suas operações com contratos fechados. Para reduzir o risco de inadimplência dos agentes existe um complexo sistema de depósito de garantias na CCEE e, adicionalmente, vários agentes especificam cláusulas de requerimentos de garantias em seus contratos.

O lastro de energia é apurado mensalmente com base em uma janela móvel de 12 meses através da diferença entre todo o recurso e requisito de energia dos agentes nesse período. O recurso de energia é dado pelas quantidades geradas ou garantia física outorgada ao gerador e pelos contratos de compra firmados dos agentes. O requisito é definido pelas quantidades consumidas e pelos contratos de venda de determinado agente.

Se um agente não possui lastro de energia em determinado mês ele, além de ter a diferença liquidada ao PLD, recebe uma penalidade dada por um doze avos do maior valor entre o PLD e o  $VR^2$  multiplicado pela quantidade descoberta. Essa penalidade pode ser severa, dado que o VR é de 141,72 para 2012 e o PLD pode variar de 12,20 a 727,52 dependendo das condições do SEB.

Para incentivar a entrada de fontes alternativas às grandes hidrelétricas e usinas térmicas baseadas em combustíveis fósseis, o governo gerou incentivos via desconto na tarifa de uso do sistema de distribuição (TUSD) para aqueles que contratarem energia dessas fontes alternativas. As fontes alternativas são geralmente advindas de empreendimentos que utilizam biomassa como combustível, PCH's (Pequenas Centrais Hidrelétricas) ou usinas eólicas. Dado que o custo da energia dessas fontes seria superior as já existentes, um desconto na TUSD para o consumidor final tornaria essas fontes competitivas.

O desconto na TUSD faz com que o custo total da conta de energia advinda de diversas classes de fontes seja semelhante, mesmo que eles paguem um valor maior pela parcela de energia, já que o valor total da conta é composto pela energia, TUSD, impostos e diversos encargos setoriais. O valor do desconto depende da área de concessão da distribuidora onde o cliente está vinculado, o que faz com que as fontes alternativas sejam mais atrativas em determinadas regiões.

A apuração de lastro na CCEE é realizada por fonte o que implica que determinado agente não pode utilizar uma fonte convencional para cobrir um potencial déficit de fontes alternativas. Existem três classes de fontes de energia as quais possuem suas próprias regras de apuração de lastro.

Fonte convencional é aquela associada com compra de energia das grandes usinas hidrelétricas ou termelétricas baseadas em combustíveis fósseis, ou aquelas fontes de biomassa e eólica que não foram certificadas com desconto na TUSD.

A fonte alternativa com 50% de desconto na TUSD está associada com empreendimentos de biomassa, PCH's e eólicas que possuem certificação especial, que lhes garante essa quantia de desconto na TUSD. Assim cada MWh de energia vendido tem um desconto associado de 50% na TUSD, o que reduz o custo total dessa fonte, deixando-a competitiva com relação à fonte convencional.

A última classe de fonte é aquela que possui desconto de 100% na TUSD. O processo de certificação desses empreendimentos é diferenciado e, no geral, eles possuem um custo médio de energia superior aqueles com 50% de desconto na TUSD.

Na prática, o tratamento diferenciado por fonte para a contratação de energia aumenta substancialmente o risco dos agentes já que eles têm que gerenciar carteiras por fonte e estudar as variáveis de mercado, como preço, liquidez, disponibilidade de energia e risco de crédito, também por tipo de fonte. A penalidade por falta de lastro é aplicada por classe de fonte, assim como a apuração da janela móvel, assim, um agente que tenha uma carteira balanceada de energia poderia ser penalizado por ter mais de determinada fonte e menos de outra.

Em particular, a previsão de preços de mercado para diferentes tipos de fonte é um dos principais desafios do ACL, pois existe muita pouca informação disponível sobre as curvas de preços para fontes alternativas com desconto de 50% e 100% e nenhuma das métricas publicadas oficialmente pelo setor servem para estudar essas curvas de preços.

Além disso, o perfil do risco de mercado e as variáveis associadas com a tomada de decisão de contratação são muito diferentes entre os tipos de fonte, trazendo substancial complexidade ao processo de contratação de energia e gestão de carteiras.

De fato, a única informação oficial sobre os preços de mercado é o PLD. O processo de obtenção do PLD é não usual e é fruto de uma das principais fontes de divergência do setor. Para calcular o PLD alimenta-se uma cadeia de modelos computacionais, denominados NEWAVE e DECOMP, com uma série de informações sobre o SEB, expectativa de pluviometria, e projeção de crescimento da demanda de energia. O conjunto dessas informações é denominado DECK de preços e as premissas são apresentadas e discutidas mensalmente entre os agentes em reuniões denominadas PMO (Plano Mensal de Operação).

O DECK de preços tem basicamente a função de determinar as características da oferta e da demanda de energia a qual servirá como base para o NEWAVE e DECOMP realizar seus cálculos. Os softwares NEWAVE e DECOMP utilizam otimização dual estocástica para realizar suas estimações [1].

A cadeia de modelos computacional tem o objetivo de obter a solução ótima para o dilema do sistema hidro-térmico nacional que é utilizar águas dos reservatórios de energia para gerar energia agora ou poupar os reservatórios para eventuais períodos de pouca afluência no futuro. Uma série de trabalhos discute em detalhes a formulação matemática dos modelos NEWAVE e DECOMP e suas implicações. Maiores detalhes podem ser obtidos por exemplo em [1].

O principal produto do modelo NEWAVE é a curva de custo futura ótima com horizonte de cinco anos, que é entrada para o próximo modelo da cadeia, DECOMP, o qual faz uma otimização em um horizonte de dois meses. O resultado da otimização do DECOMP é o PLD, o qual é publicado toda sexta-feira pela CCEE.

Existem muitas críticas sobre a abordagem utilizada para formar preços no setor de energia [5].

O principal ponto positivo do NEWAVE é que agentes podem alterar o DECK de entrada dos modelos para refletir suas próprias expectativas de mercado. Eles podem, por exemplo, medir o efeito de atraso de empreendimentos, alterações na curva de consumo de energia do Brasil devido ao impacto de variáveis econômicas e incorporar previsões de clima e efeito de fatores como El niño e la niña. A construção de DECK's personalizados permite obter o efeito de variáveis de entrada diretamente no PLD.

O PLD tem um papel fundamental no setor. Ele é o preço de liquidação de todas as sobras e déficits das operações registradas na CCEE. Dessa forma, o PLD pode ser interpretado como uma espécie de preço Spot, dado que os agentes podem ficar descobertos ou liquidar seus excedentes em determinados meses na CCEE.

Por esse motivo, o PLD também serve como a principal referência para comercialização de curto prazo. Uma grande parte dos contratos fechados com duração de até 6 meses têm preços dados pelo PLD somado a um Spread. Esse Spread varia de acordo com o risco idiossincrático do mercado, o fator de liquidez, e a concentração de mercado em diferentes períodos de tempo. Muitas vezes o valor do spread é superior ao próprio PLD, e isso pode ser considerado uma medida de ineficiência do mercado, pois mesmo no período de suprimento o detentor da energia recebe um benefício maior comercializando a energia no mercado de balcão do que liquidando no mercado Spot.

Uma das questões mais importantes na avaliação de contratos de energia é qual será o preço subjacente ao contrato, ou seja, qual referência de preço define o valor do contrato para diferentes horizontes de tempo. É uma característica bem conhecida do modelo NEWAVE que o PLD é muito sensível a pequenas alterações nas premissas de entrada, principalmente com relação ao cenário hidrológico. Isso faz com que a volatilidade do PLD seja exageradamente elevada [6] e não aderente à variação dos preços de energia representados em contratos, em particular aqueles com vencimento superior a um ano.

Adicionalmente, existe um componente sazonal do PLD que é dado pelo perfil hidrológico das chuvas. Esse componente pode ser mais ou menos importante dependendo da regularidade e do perfil das chuvas quando comparados com a média histórica. Por exemplo, quando há atraso no período das chuvas, por influência de eventos como El niño ou La niña, existe uma tendência de observar maiores picos entre períodos de PLD.

Claramente, a influência de variáveis climáticas não deveria persistir por longos períodos de tempo, portanto utilizar PLD para avaliar contratos de longo prazo superestimaria o risco e o valor dos derivativos embutidos na operação, além de dificultar a estruturação de estratégias de cobertura.

É importante então ter formas alternativas para acompanhar os preços de mercado de longo prazo e medir sua volatilidade de forma realista.

O conceito de curva Forward de preços é adequado para o mercado de eletricidade brasileiro, pois consegue capturar grande parte das características importantes do mercado. Em primeiro lugar, a curva Forward é criada com base em expectativas de mercado, refletindo o preço real de comercialização de energia e o preço de fechamento das posições dos agentes. Além disso, as cotações de mercado podem ser realizadas para diferentes horizontes de tempo, permitindo medir a estrutura a termo dos preços [2] (cap 6 e 7).

Também é possível construir diferentes curvas para diferentes fontes de energia, em particular àquelas descritas nas regras de comercialização (convencional, com 50% de desconto na TUSD, e com 100% de desconto na TUSD).

Dessa forma, a curva Forward está associada com uma visão de mercado dos preços de energia, o qual incorpora fatores como prêmio do risco, custo de oportunidade, liquidez, e concentração de mercado, e também permite calcular a volatilidade dos preços de maneira

realista, já que a variação de preços será função das variações de preços que o mercado está disposto a pagar e não mais de fatores associados com a operação do sistema.

## 3. Curva Forward

### 3.1 Definição e características

A definição de curva Forward de preços de eletricidade é simples. Ela reflete uma expectativa do mercado e cada um de seus componentes pode ser escrito como  $F_{t,h}$  onde  $t$  é o **tempo** no qual o preço é medido,  $h$  é a distância, **maturidade**, até o suprimento da energia. Assim,  $F_{t,h}$  representa o preço da energia cotada em  $t$  para a maturidade  $h$  e pode ser vista como uma função do tempo e da maturidade e convertida numa estrutura a termo utilizando um conceito semelhante ao de curvas de juros ou câmbio, já conhecidas no mercado financeiro [2] (cap 6).

O conceito apresentado acima é amplamente conhecido e utilizado em diferentes mercados de energia ao redor do mundo, mas devido às especificidades do mercado elétrico brasileiro, a interpretação e construção dessa curva não são as mesmas daquelas encontradas em outros lugares.

A primeira diferença é que a curva Forward em outros mercados é formada por instrumentos financeiros, ou seja, contratos comercializados em bolsas. Bolsas de energia não têm sido bem sucedidas até o momento e não existe nenhuma informação oficial sobre preços de contratos de longo prazo. De fato, os contratos são fechados no mercado de balcão e não são padronizados, dificultando inclusive a comparação entre preços de instrumentos. Além disso, a informação é restrita às contrapartes envolvidas na negociação, fazendo com que empresas com maior Market share tenham mais conhecimento sobre os preços praticados no mercado que as menores. As informações de preços de contratos podem ser utilizadas para melhorar a estimação das curvas Forward de agentes individuais. No entanto, a não padronização dos instrumentos faz com que a construção dessas curvas não seja simples.

Em segundo lugar, o intervalo de tempo de negociação no mercado de eletricidade brasileiro é distinto do observado no mercado financeiro ou energia. No SEB existe um mercado físico por trás da contratação de energia, ou seja, existe uma necessidade genuína de consumo de energia ou de venda da geração associada com o processo de contratação. O único caso especial é o das comercializadoras, que atuam como intermediários e injetam liquidez no mercado tomando parte do risco de contratação. No entanto, a não padronização dos contratos e as rígidas regras de comercialização fazem com que as operações de energia não tenham liquidez e volume de negócios suficientes para ter uma estrutura a termo bem definida para os preços.

Para ilustrar, um cliente livre deve avisar com cinco anos de antecedência a distribuidora a qual ele está localizado se quiser retornar ao ACR. Por conta disso, muitos clientes livres preferem contratar parte ou a integridade da energia por longos períodos de tempo, evitando assim exposições aos preços de curto prazo. Isso faz com que a contratação de



energia no setor não ocorra diariamente, mas através de longos processos de negociações que resultam em contratos de longo prazo.

De fato, principalmente para maturidades maiores que um ano, as curvas Forward no SEB refletem o preço médio anual da energia com suprimento em determinado ano e isso pode ser justificado pela forma de contratação de energia no ACL. Os contratos mais simples de energia, além de transferir direitos de lastros entre comprador e vendedor, podem ser modelados financeiramente como Swaps (troca de preço variável por fixo). Swaps são contratos com preços fixos definidos para um determinado período de suprimento, por exemplo, um mês ou um ano completo. No SEB, **a curva Forward reflete o preço fixo de um Swap com suprimento em determinado período de tempo, geralmente anual, e não um preço definido para um vencimento específico, em um ponto no tempo, como os futuros de bolsas.**

Curvas Forward podem ser definidas também para fontes alternativas. Fontes incentivadas, aquelas que têm desconto na TUSD, podem ser transacionadas normalmente pelas comercializadoras, observando as regras de lastro, mas são geradas por tipos específicos de geradores e permitem que uma classe específica de clientes, denominados Clientes Especiais, tenha acesso ao ACL.

Os Clientes Especiais são consumidores que, ao contrário dos clientes livres, tem a opção de retornar ao mercado cativo com pré-aviso de apenas seis meses, ou seja, eles têm muito mais flexibilidades na contratação da sua energia que os Clientes Livres, já que podem comparar preços dos dois ambientes e capturar oscilações favoráveis mesmo dentro de um determinado ano. Isso faz com que a medição de preços para as fontes incentivadas seja muito diferente daquela observada para as fontes convencionais, principalmente por dois motivos. Clientes Especiais tendem a fazer contratos com vencimento de três a seis meses, dado que eles podem voltar para o mercado cativo caso os preços nesse ambiente sejam favoráveis. Os preços da fonte incentivada são dependentes do desconto na TUSD, que por sua vez depende da distribuidora ao qual o Cliente Especial está lotado. Esse desconto é função das tarifas das distribuidoras que são definidas anualmente no processo de revisão tarifária e é independente do que ocorre no ACL.

A estrutura de captura e a organização da curva Forward discutida nas seções abaixo é aplicável tanto para as fontes convencionais como para incentivadas, no entanto, como não dispomos de dados para fontes incentivadas, a modelagem e a análise empírica serão direcionadas apenas para fontes convencionais.

## 3.2 Captura

Idealmente, as curvas Forward de energia deveriam refletir o preço ao qual qualquer agente, no tempo  $t$ , poderia tomar ou fechar uma posição para determinada maturidade  $h$ . Nas bolsas onde curvas Forward são medidas, essas quantidades são formadas pela intersecção dos preços da oferta e da demanda e são baseadas em contratos fechados. Em mercados onde não existem bolsas organizadas com esses instrumentos, a curva Forward poderia ser medida através de expectativas de mercado.

Outra possibilidade é utilizar expectativas individuais dos agentes como referência para a curva Forward. No entanto, as expectativas individuais podem variar não só por fatores de mercado, mas também devido ao prêmio do risco ou custo de oportunidade requerido por cada agente, ou por outros efeitos como o mecanismo de medição dessas curvas.

Para capturar a informação diretamente do mercado sugerimos três abordagens, as quais são aplicáveis a diferentes agentes de mercado, de acordo com a informação disponível para cada agente. Notadamente, agentes com mais acesso a informação teriam estimativas mais realistas da curva de preços que aqueles que só têm acesso à informação pública.

A primeira proposta reflete o caso ideal, onde existe um Pool de preços de mercado em que todos os agentes podem inserir sua real referência de preços para diferentes produtos, discriminados por períodos específicos e por classe de fonte de energia. A ideia é construir produtos padrão para as fontes convencional, incentivada com 50% e 100% de desconto na TUSD que permitam inserir dados mensais ou anuais. Por exemplo, dados mensais para o primeiro ano e anuais para horizontes de tempo mais extensos.

Baseado nas cotações de todos os agentes pode-se calcular uma métrica que reflita algum tipo de média de mercado para cada produto cotado. Um tratamento estatístico deveria ser aplicado aos dados para evitar efeitos indesejáveis como o impacto de valores atípicos, que poderiam surgir por agentes, tentando movimentar o mercado ou por agentes fora de consenso.

Dessa forma, para cada período de tempo teríamos três conjuntos de dados, um para cada tipo de fonte, que refletiriam as expectativas de preços de cada agente participante do Pool em diferentes períodos de tempo.

Com base nesses dados, estimativas da curva Forward para cada período de tempo e cada produto cotado seriam construídas. Isso permitiria a todos os agentes participantes do Pool ter uma visão mais ampla dos preços de mercado, dado que essas informações foram geradas pelo próprio mercado.

Se por um lado o conceito é simples, a implementação desta estrutura é essencialmente complexa e por isso hoje ainda não existe um Pool onde os agentes possam inserir suas expectativas de preços de mercado.

Agentes estariam dispostos a revelar suas curvas Forward individuais desde que suas informações sobre preços fossem mantidas em sigilo, compondo apenas a métrica geral da curva Forward. Em troca das suas informações individuais eles receberiam métricas da “Curva Forward Agregada” gerada pelo mercado e assim poderiam comparar as suas posições com uma referência geral dos agentes. Desta forma, negociar a adesão dos agentes ao Pool, assegurar que eles insiram valores que refletem sua visão sobre os preços de mercado, organizar esta informação dentro de uma estrutura lógica, garantir a transparência e sigilo absoluto da informação individual dos agentes, tratar distorções provocadas por intenções de viciar a métrica geral e assegurar a sustentabilidade de longo prazo do Pool são as tarefas mais desafiadoras dessa abordagem.

Em termos metodológicos a questão também tem seus desafios. Se dispusermos de dados com representatividade suficiente do setor, a curva Forward poderia ser obtida através de alguma média ponderada que dê mais pesos para dados próximos a massa de dados e que também leve em consideração fatores de mercado, com a posição do agente fornecedor da

informação. Existem diversas técnicas estatísticas que podem ser utilizadas nesse contexto. Adicionalmente, alguns gatilhos de segurança poderiam ser construídos para identificar agentes fora de consenso com o mercado. Esses gatilhos podem considerar as informações dos outros agentes, baseado em um ranqueamento da qualidade de informação, a variação passada da curva Forward e outras referências de preços como o NEWAVE. Em caso de dados faltantes ou pouca informação, técnicas de interpolação poderiam ser aplicadas para obter as estimativas.

Em termos gerais, várias métricas poderiam ser calculadas a partir dos dados do Pool, ficaria a critério do analista qual dessas métricas pode ser a mais representativa da verdadeira Curva Forward em cada momento.

Curvas Forward's construídas a partir do Pool de cotações têm diversas características desejáveis. Elas refletem a visão completa do mercado, eliminam o componente do risco individual dos agentes e podem ser avaliadas para diversos produtos e períodos de tempo. Por esse motivo ela pode ser utilizada para valorar as posições em aberto dos agentes do mercado e servir como referência para a precificação de produtos que a utilizam como preço subjacente, como contratos com flexibilidades contratuais.

No entanto, a obtenção desses dados depende da implementação do Pool de preços que pode ser uma tarefa custosa e complexa. Uma alternativa mais simples é utilizar as curvas de preços individual dos agentes como uma primeira referência para a curva Forward.

Muitos agentes já possuem algum processo de coleta de preços de mercado que geralmente é feito via cotação direta no mercado. Essa informação, apesar de ter diversos problemas, pode ser utilizada para as análises de preços e avaliação de produtos.

Em particular, grande parte das empresas não possui um mecanismo quantitativo para construir essas curvas e utilizam o sentimento do comercializador como a estimativa de mercado dos preços. O vício embutido nessas cotações pode ser grande e afetar as principais métricas de interesse associadas com a curva Forward.

O vício dessas curvas depende do agente responsável pela cotação, de forma que é esperado que aquelas empresas com maior Market share tenham informação com qualidade superior que agentes menores. Nesse sentido, agentes que comercializam ativamente têm condição de obter estimativas da curva Forward mais próximas daquelas que seriam construídas se houvesse um Pool de preços.

Note que a curva Forward individual tem qualidade inferior àquela do Pool, pois ela reflete apenas o conhecimento do agente detentor da curva e não do mercado. Adicionalmente, a curva individual pode estar sujeita a distorções que provavelmente não serão observadas na média de mercado, já que um agente pode ter pouca informação em determinado mês e desenhar uma curva de preços não realista.

Na construção de curvas Forward's individuais existe uma premissa básica que agentes tem acesso à informação de mercado. No entanto, diversos agentes do setor não atendem a esse quesito porque não têm comercialização ativa no setor. Esses agentes não conseguem construir curvas Forward's através de cotação direta no mercado e, portanto a descoberta de preços fica comprometida.

A alternativa é tentar inferir sobre preços de mercado baseado nas informações públicas disponíveis. O problema é que os dados oficiais refletem a operação do sistema e incorporam

pouca ou nenhuma informação sobre comercialização [1]. Uma abordagem alternativa é tentar relacionar as cotações das curvas Forward individuais ao PLD ou outras informações públicas que poderiam influenciar os preços e, com base nessa relação, construir uma curva de preços Forward utilizando apenas informações públicas. Esses modelos deveriam ser reavaliados periodicamente, pois a estrutura do mercado de energia é dinâmica. No entanto, essa abordagem permite que agentes sem informação de mercado tenham cotações melhores que a informação pública pura.

As três abordagens discutidas acima são dependentes de uma estrutura de organização lógica das curvas Forwards, a qual será discutida abaixo.

### 3.3 Organização

O conceito de curva Forward está relacionado com o preço de fechamento de uma posição de energia em determinado horizonte de tempo. A forma como é capturada a informação do mercado define qual a escala de tempo da avaliação desse preço de fechamento. Por exemplo, se mensalmente é obtida uma cotação da curva Forward para o ano de 2014, a variação da curva Forward define quanto o preço de energia para o ano de 2014 variou de um mês para o outro.

Por isso existem basicamente duas quantidades importantes. A periodicidade, ou **escala**, de captação da curva (mensal, semanal, etc) e a distância (**maturidade**), medida na periodicidade escolhida, até o suprimento do produto subjacente.

No mercado de energia, assim como em outros mercados como juros e commodities, é importante estudar a maturidade dos preços assim como o período específico para o qual a cotação se refere [2] (cap 7 e 8). Assim, a curva Forward deve ser acompanhada como um conjunto de séries temporais para cada produto cotado pelo agente, onde o produto é definido pelo tipo de fonte e pela maturidade. É comum dar nomes a essas curvas de acordo com a maturidade do produto. A seguinte regra de nomenclatura poderia ser adotada: M+1, M+2 e M+3 para os produtos com suprimento mensal e maturidade igual a 1, 2 e 3 meses, respectivamente, A para o produto que refletiria o suprimento a partir do início do próximo mês à cotação até o final deste ano, e A+n, n=1,2,.. para produtos de suprimento anual, com maturidade em n anos.

Exemplos da estrutura de organização das curvas A até A+5 e suas variações mensais são ilustrados na tabela 1 e o acompanhamento das curvas A+1, A+2 e A+3 com sua respectiva variação mensal são apresentadas na figura 1.

Note que as variações entre meses tendem a ser mais intensas nos primeiros anos, refletindo um conhecido fenômeno que a volatilidade do mercado tende a decrescer com o horizonte da cotação [2] (cap 6-8). No mercado de energia nacional esta característica é justificada porque, no curto prazo, variáveis como clima afetam diretamente às cotações de preços. Adicionalmente, no curto prazo a comercialização tende a ser mais ativa que no longo prazo, principalmente porque agentes geralmente fecham a sua posição conforme o suprimento se aproxima.

Tabela 1: Curvas Forward individuais (direita) e variação mensal das curvas (esquerda) para as maturidades A até A+5 medidas nos meses de agosto de 2008 até fevereiro de 2009.

Curva Forward	Ano A	Ano A+1	Ano A+2	Ano A+3	Ano A+4	Ano A+5	Curva Forward	Ano A	Ano A+1	Ano A+2	Ano A+3	Ano A+4	Ano A+5
...							...						
08/2008	160	190	180	170	160	125	08/2008	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	8.7%
09/2008	155	170	175	170	160	125	09/2008	-3.1%	-10.5%	-2.8%	0.0%	0.0%	0.0%
10/2008	115	160	150	140	140	125	10/2008	-25.8%	-5.9%	-14.3%	-17.6%	-12.5%	0.0%
11/2008	115	140	140	145	135	125	11/2008	0.0%	-12.5%	-6.7%	3.6%	-3.6%	0.0%
12/2008	110	130	130	135	135	125	12/2008	-4.3%	-7.1%	-7.1%	-6.9%	0.0%	0.0%
01/2009	120	130	135	135	125	125	01/2009	9.1%	0.0%	3.8%	0.0%	-7.4%	0.0%
02/2009	135	133	133	133	130	130	02/2009	12.5%	2.3%	-1.5%	-1.5%	4.0%	4.0%
...							...						

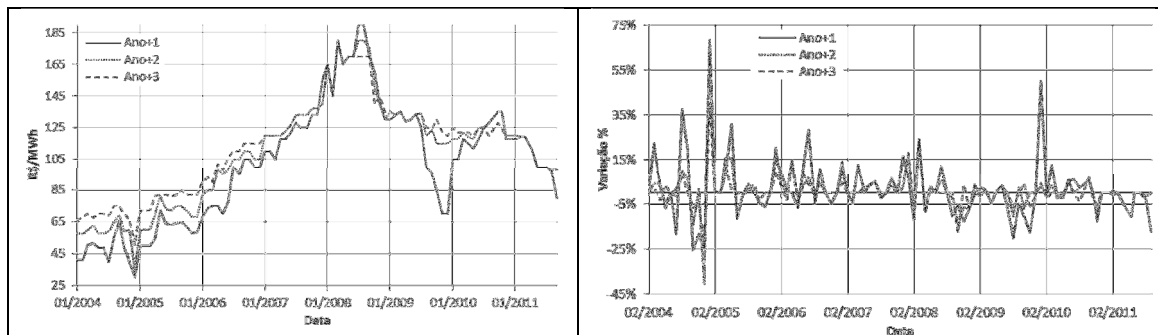


Figura 1: Curvas Forward individuais (direita) e variação mensal das curvas (esquerda) para as maturidades A até A+3 medidas de janeiro de agosto de 2004 até junho de 2011.

Existem agentes que não possuem curvas individuais, pois não tem comercialização ativa no mercado. Esses agentes têm que tomar suas decisões baseados em informações públicas, em particular, o PLD.

Dentre as diversas saídas do modelo NEWAVE, que servem de base para a obtenção do PLD, o CMO (Custo Marginal de Operação) é uma das principais. A cada execução do modelo podemos obter 2000 simulações do CMO por mês, do momento da execução do sistema até cinco anos à frente (chamado de horizonte de planejamento) [1].

O CMO está de alguma forma associado com o PLD e por isso podemos utilizar alguma métrica dessas simulações como uma referência ao PLD. A abordagem mais utilizada é truncar cada uma das 2000 séries simuladas de CMO mensal nos limites mínimos e máximos do PLD e calcular a média mensal dessas quantidades. Apesar de não ser uma cotação direta do mercado, e por isso, não refletir as características desejáveis da curva Forward, esta série pode ser colocada em uma estrutura da forma, M+1, M+2, M+3, A, A+1, ..., A+n, e utilizada como uma aproximação à curva Forward. Chamaremos as curvas M+1, M+2, M+3, A, A+1, ..., A+n formadas a partir do NEWAVE de curvas futuras do PLD para diferenciar da curva Forward.

O modelo NEWAVE é executado mensalmente e, portanto, teríamos uma curva futura do PLD por mês, da mesma forma que uma curva Forward cotada mensalmente. Essas informações podem ser utilizadas na modelagem da curva Forward e, para o caso de agentes sem cotações de curvas Forward, poderiam substituir as entradas dos modelos.

Podemos estudar a dinâmica das curvas Forward para várias maturidades para entender suas associações. Particularmente, é importante mapear variáveis explicativas chaves que poderiam justificar a dinâmica dos preços em diferentes horizontes de tempo e explicar sua estrutura através de algum modelo de séries temporais.

### 3.4 Volatilidade

O principal objetivo associado com a modelagem da curva Forward é fornecer previsões da distribuição condicional dos preços de mercado permitindo estimar métricas de interesse como volatilidade e o valor em risco de contratos ou carteiras de energia, avaliar e precificar operações, incluindo aquelas com flexibilidades contratuais, e fazer marcação ao mercado das posições em aberto em portfólios.

A qualidade da volatilidade estimada é importante porque ela influencia diretamente o prêmio de contratos de energia com flexibilidades, ou seja, o valor dos derivativos embutidos.

Uma forma de definir volatilidade é baseada no desvio padrão da variação da curva Forward em questão, na escala de tempo em que ela é medida. Por exemplo, suponha que queiramos estimar a volatilidade mensal da curva A+2. Essa quantidade pode ser definida como o desvio-padrão da variação mensal do preço da energia com suprimento daqui a dois anos.

A volatilidade é comumente apresentada de maneira relativa ao produto subjacente e é possível converter volatilidade em diferentes escalas de tempo.

Formalmente, seja  $F_{t,A+n}$  a cotação da curva Forward A+n no tempo  $t$  e seja  $\Delta F_{t,A+n} = \frac{F_{t,A+n} - F_{t-1,A+n}}{F_{t-1,A+n}}$ , a variação relativa do tempo  $t-1$  ao tempo  $t$ . A volatilidade no tempo  $t$  é definida como

$$\sigma_{t,A+n} = \sqrt{E_{t-1}[\Delta F_{t,A+n}^2] - E_{t-1}[\Delta F_{t,A+n}]^2} \quad (1)$$

onde  $E_{t-1}[\cdot] = E[\cdot | F_{t-1}, F_{t-2}, \dots]$  é a esperança condicional a toda informação observada até o tempo  $t-1$ . Como a volatilidade depende do tempo, ela possui uma estrutura dinâmica. A modelagem da volatilidade no mercado de energia brasileiro tem que levar em consideração diversas características dessas séries, em particular, o termo  $E_{t-1}[\Delta F_{t,A+n}]^2$  é comumente diferente de zero no mercado de energia. Observe também que se conhecemos a distribuição de probabilidade condicional, conhecemos também a volatilidade.

Na próxima seção estudaremos em mais detalhes as características das curvas Forward, mapearemos algumas variáveis relacionadas com essas curvas e escolheremos algumas classes de modelos para capturar a estrutura temporal, a estrutura a termo e as volatilidades das curvas.

## 4. Características Empíricas da curva Forward

Nesta seção estudaremos as características empíricas de uma curva Forward individual apresentada na figura 2. Essa curva reflete as expectativas de preços de uma grande comercializadora de energia do Brasil, que comercializa ativamente no mercado e que possui um dos maiores Market share do país. Por questões de confidencialidade, o nome da comercializadora será mantido em sigilo.

Cada uma das curvas representa a melhor expectativa da mesa de comercialização para o preço de energia convencional nos referidos anos, para o mês da cotação. Esses dados são enviados para o middle office via e-mail e portanto, há um processo de validação e verificação de qualidade de informação. Essas informações são consideradas oficiais dentro da empresa e balizam todas as análises de risco da carteira de contratos, avaliação de produtos e marcação ao mercado.

O conjunto de dados considerado é composto de 81 curvas de preços, cotadas mensalmente, a partir de janeiro de 2005 até setembro de 2011. Os dados de 2004 foram desconsiderados por terem sido medidos sob uma estrutura não apropriada, segundo a própria empresa. Ao todo são 6 curvas de preços Forward referentes às maturidades A até A+5. Nenhum tratamento especial foi dado às observações e elas foram organizadas de acordo com o descrito na seção 3.3.

#### *4.1 Curva Forward e PLD*

Vimos na seção 3.1 que é possível capturar a curva Forward de diversas formas dependendo da informação disponível para cada agente. Embora a maneira mais adequada seja obter informações de um Pool de preços a implementação dessa estrutura não é simples e não há dados disponíveis até o momento para avaliar o comportamento de preços obtidos segundo esta maneira.

Outra alternativa é usar a curva individual de determinado agente, organizada de acordo com a seção 3.3. Os modelos discutidos nesta seção tem o objetivo de atender aos objetivos de agentes com este tipo de informação.

Devido às características da comercialização no SEB, estudamos o caso onde as cotações de preços são apuradas mensalmente, diretamente do mercado, e reflete o preço da energia anual, de fonte convencional, para suprimento até cinco anos à frente, ou seja, as curvas A até A+5. A questão da fonte de energia é importante, mas como existe uma escassez de informação para as fontes incentivadas trataremos apenas o caso convencional. A princípio os modelos poderiam ser aplicados também para fontes incentivadas.

A discussão realizada nas seções 1 e 2 sugerem que as curvas Forward's estão associadas com fatores que influenciam sua dinâmica em horizontes de curto e longo prazos. No curto prazo, essas curvas tendem a ter variação mais elevada, como pode ser visto na tabela 1, e estão associados com fatores como clima e comercialização mais ativa. Esses fatores também são os mesmos que afetam os PLD's, então uma primeira pergunta é se as curvas Forward's estão associadas com a curva futura de PLD. A curva futura do PLD é preferida ao invés do PLD realizado, pois em tese, essa quantidade reflete uma projeção para o mesmo horizonte de tempo da curva Forward. Na figura 2 apresentamos os gráficos das curvas Forward's A até A+5 junto com a curva futura do PLD para o mesmo horizonte de tempo, e a respectiva correlação entre as quantidades.

Observe que existe certa aderência entre a curva Forward e a curva futura do PLD para as maturidades A até A+4. A correlação entre essas curvas é maior no ano da cotação da curva (correlação 0.76) e um ano à frente (correlação 0.63) e decai conforme o horizonte aumenta se estabilizando, aparentemente, a partir do terceiro ano de projeção.

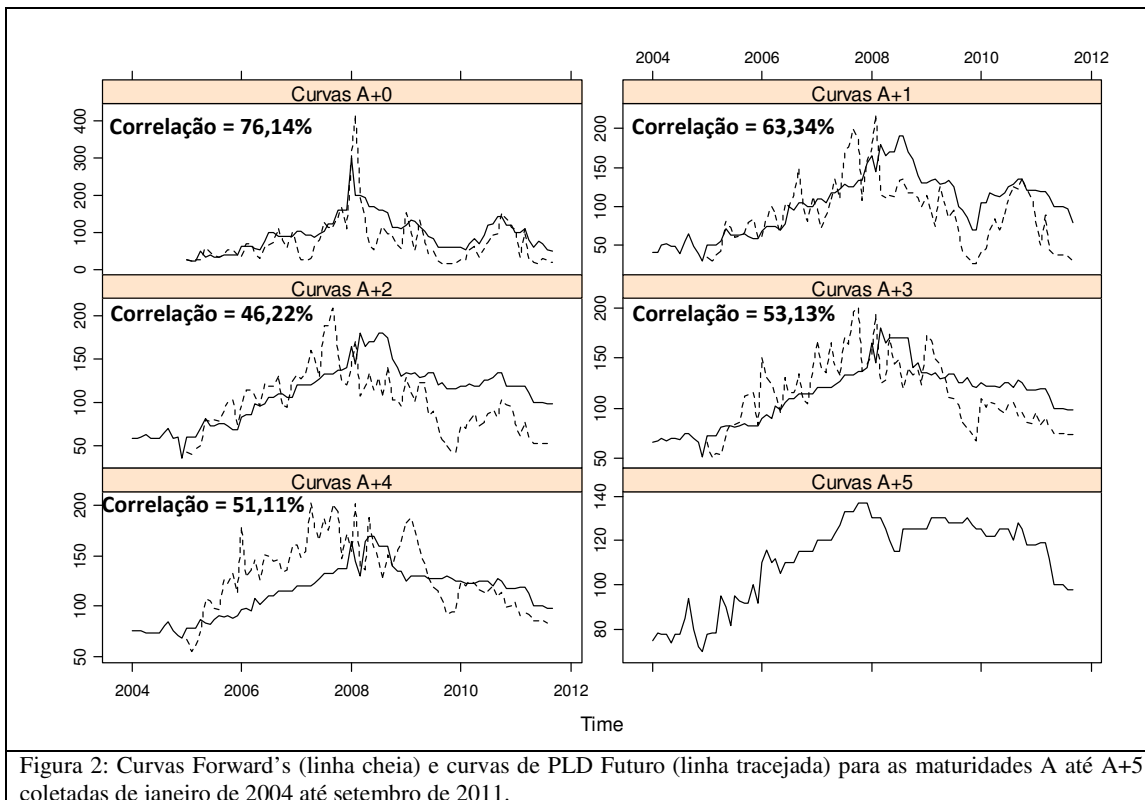


Figura 2: Curvas Forward's (linha cheia) e curvas de PLD Futuro (linha tracejada) para as maturidades A até A+5 coletadas de janeiro de 2004 até setembro de 2011.

Esse resultado é esperado e deveria ser comumente visto em curvas Forward's individuais porque os preços de energia de curto prazo, e as respectivas decisões de contratação, são influenciados pelo PLD, dado que ele é a única referência de preços pública. Por sua vez, as saídas do NEWAVE, e assim a curva futura de PLD também são levadas em consideração pelos agentes para formarem suas curvas Forward's.

Conforme aumenta o horizonte de tempo, a importância do estado atual do sistema passa a se reduzir e, assim, fatores como a matriz de expansão da geração, o crescimento do mercado, função do desempenho macroeconômico, e o prêmio do risco requerido pelo mercado começam a ser dominantes. Como a curva futura do PLD não reflete de maneira adequada essas questões, a correlação tende a se reduzir.

#### 4.2 Dinâmica temporal

Quando analisamos a função de autocorrelação serial da variação mensal relativa ( $\{\Delta F_{t,A+n}\}$ ) das curvas Forward's A até A+5 apresentada na figura 3, não vemos forte correlação temporal indicando que a estrutura de dependência do nível da série pode ser aproximada por um ruído branco ou por modelos autoregressivos de baixa ordem.

Como a estrutura temporal do nível da série  $\{\Delta F_{t,A+n}\}$  não parece ser significativa podemos estudar autocorrelações de funções dos dados sem filtrá-lo. Na figura 4 temos as funções de autocorrelação dos quadrados das variações mensais ( $\{(\Delta F_{t,A+n})^2\}$ ). A figura não indica que os valores são elevados. De fato, grande parte da variação dos preços de energia é explicada por eventos que ocorrem dentro de um determinado mês, não afetando o mercado por longos períodos de tempo. Mesmo em momentos de alta incerteza nos preços, que geralmente



estão associados com crises que impactam o consumo de energia ou com a transição dos períodos úmidos e secos, a volatilidade dos preços retorna a níveis históricos rapidamente.

Desta forma, a volatilidade, que é função das variações quadráticas, não parece apresentar persistência.

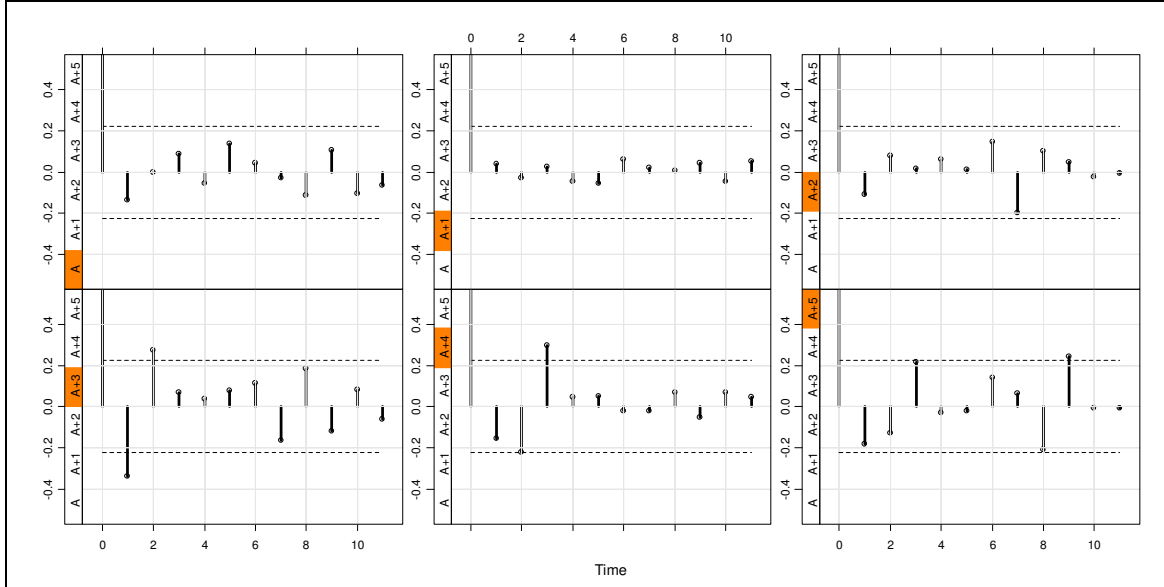


Figura 3: Função de autocorrelação da variação mensal das curvas Forward's A, A+1, A+2, A+3 e A+4, A+5.

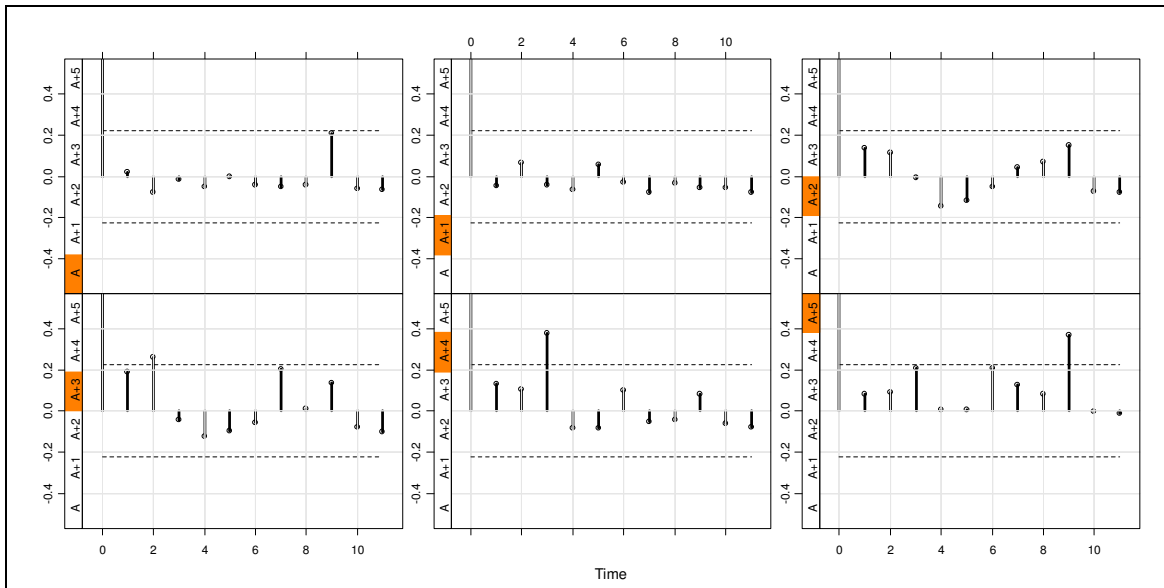


Figura 4: Função de autocorrelação dos quadrados da variação mensal das curvas Forward's A, A+1, A+2, A+3 e A+4, A+5.

### 4.3 Volatilidade

A volatilidade é definida pela equação 1 e como discutido em [2] (cap 8) não existe apenas uma maneira de calculá-la. Utilizando a definição de volatilidade podemos escolher maneiras de estimá-la independente do modelo de preços subjacentes. Uma forma simples de fazer isso é calcular o desvio-padrão móvel da variação mensal percentual da curva Forward utilizando alguma janela de observações. Se a janela de observações for muito grande a volatilidade terá pouca variação e sua potencial estrutura dinâmica não será contemplada nas

estimativas. Se apenas as observações mais recentes forem utilizadas para acompanhar a volatilidade, as estimativas serão baseadas em poucos dados e valores atípicos ou distorções de curto prazo terão peso dominante nas métricas calculadas.

Na figura 7 apresentamos a volatilidade histórica da variação mensal da curva Forward calculada com base em janelas móveis de 12 (linha tracejada) e 24 (linha cheia) meses e a volatilidade utilizando todas as observações (linha pontilhada) para utilizarmos como referência.

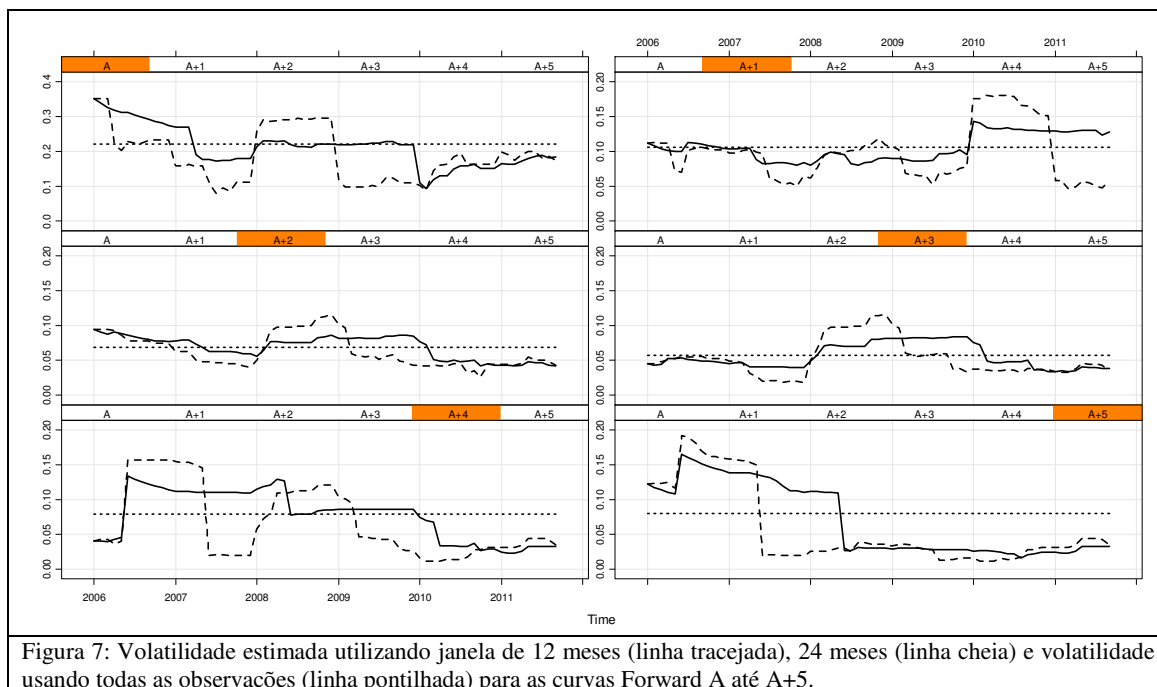


Figura 7: Volatilidade estimada utilizando janela de 12 meses (linha tracejada), 24 meses (linha cheia) e volatilidade usando todas as observações (linha pontilhada) para as curvas Forward A até A+5.

A comparação das volatilidades calculadas utilizando janelas de 12 e 24 meses fornecem uma boa ideia se existe uma estrutura dinâmica na volatilidade ou se ela é constante no tempo. Note que as volatilidades de 12 e 24 meses variam no tempo ficando períodos acima e abaixo da linha pontilhada. Isso indica que a volatilidade não é constante no tempo e, assim, utilizar muitas observações para o cálculo da volatilidade não é realista.

Comparando as volatilidades calculadas em janelas móveis vemos que a de 12 meses tem uma variação mais acentuada que a de 24 meses. Enquanto ela consegue capturar e dispersar efeitos de curto prazo do mercado rapidamente, essa grande variação não parece consistente com as características de mercado e podem trazer consequências severas à análise de risco e precificação de produtos, dado que produtos avaliados com base na volatilidade de 12 meses e 24 meses teriam valores completamente diferentes em alguns períodos.

Apesar de não haver uma forma quantitativa direta para avaliar qual a forma mais adequada de cálculo da volatilidade, àquela calculada com base em uma janela móvel de 24 meses parece representar melhor as características de mercado, pois sofre menos influência de valores atípicos, enquanto utiliza uma quantidade razoável de informação para suas estimativas. **Desta forma, chamaremos o desvio-padrão móvel das variações relativas da curva Forward, calculado em janelas de 24 meses, de volatilidade histórica.**

O acompanhamento da volatilidade histórica é importante não só para entender o comportamento do mercado, mas também para fazer marcação ao mercado/modelo de produtos

e valorar derivativos. Por outro lado, para a análise de risco e precificação de novos produtos é importante prever a volatilidade futura. A previsão da volatilidade pode ser feita através da modelagem da série de volatilidade histórica ou diretamente através dos modelos de curva Forward. Na [seção 4.4](#) discutiremos como modelar preços e volatilidade conjuntamente.

#### 4.4 Estrutura a termo

Enquanto a estrutura intertemporal das variações relativas das curvas Forward's parece ser fraca, a estrutura a termo dessas quantidades pode ser relevante. Na figura 5 temos duas visões da superfície a termo das cinco curvas em estudo como função do tempo e da maturidade.

Observe que, no geral, essas curvas caminham de maneira similar, embora as curvas A e A+1 apresentem maior variação, com picos e vales mais destacados. Isso pode ser justificado porque no primeiro e segundo ano é esperado que fatores como afluência do sistema e previsão do PLD impactem as curvas de preços.

Outro ponto é que todas as curvas parecem ter a volatilidade variando no tempo, dado que há momentos em que a curva se movimenta mais rápido.

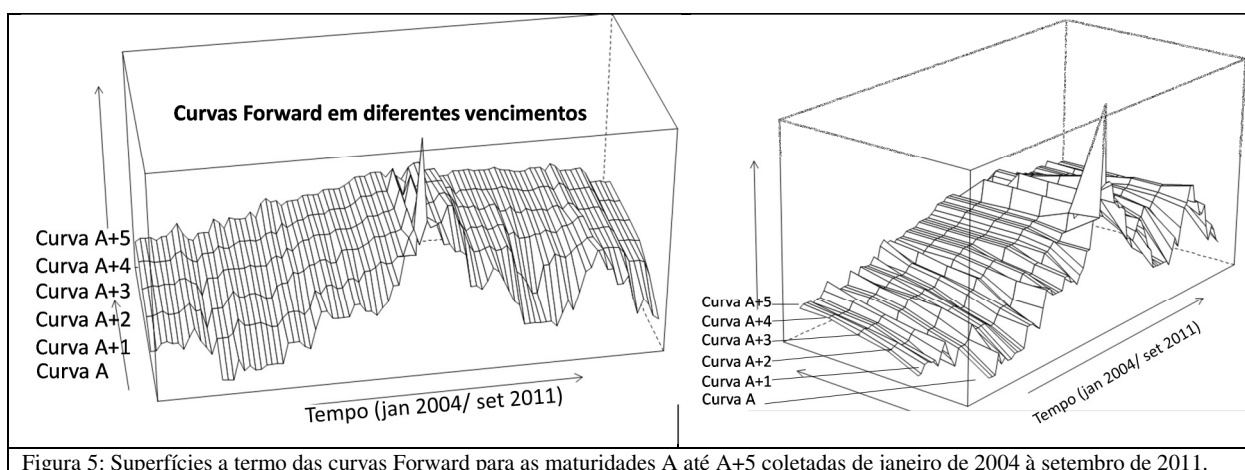


Figura 5: Superfícies a termo das curvas Forward para as maturidades A até A+5 coletadas de janeiro de 2004 à setembro de 2011.

A estrutura a termo das curvas pode ser modelada de diversas maneiras. Uma primeira forma seria filtrar o nível da variação relativa de cada série, utilizando, por exemplo, modelos autoregressivos vetoriais, e aplicar uma cópula aos resíduos desses ajustes. Essa abordagem tem a vantagem de ser simples, no entanto desconsidera a estrutura dinâmica da volatilidade. Uma maneira mais elaborada que considera essas ideias será apresentada na seção 4.3

Outra alternativa é modelar a variação mensal das curvas Forward's considerando um desvio-padrão móvel das variações passadas. Esse modelo tem a vantagem de incorporar a volatilidade da curva diretamente no processo de modelagem, ao invés de obtê-la como uma consequência do modelo.

Uma terceira maneira é modelar diretamente a estrutura a termo das curvas Forward utilizando a abordagem de Diebold-Li, [8], ou suas generalizações. Esses modelos são flexíveis e capazes de capturar diversos fatos estilizados dessas curvas.

## 5. Modelagem da Curva Forward

Nesta seção serão discutidas algumas metodologias para a modelagem das curvas Forward apresentadas na Seção 4 considerando suas características empíricas.

### 5.1 Modelo de Diebold-Li para taxas Forward

Para aplicar o modelo de Diebold-Li precisamos primeiro transformar as curvas Forward's em uma estrutura de taxas a termo, com relação a uma referência especificada. Essa referência deveria refletir o preço spot no momento da medição de determinada curva [7].

#### *Definição de Taxas Forward*

Como vimos, o PLD pode ser interpretado como um preço spot para o mercado de energia, portanto podemos utilizá-lo como referência para criar as taxas de preços Forward. Essa transformação pode ser realizada com base na seguinte relação

$$F_{t,A+n} = PLD_t(1 + r_{t,A+n})^{12(n+1)} \quad (2)$$

onde  $F_{t,A+n}$  é a curva Forward A+n cotada no tempo  $t$ ,  $PLD_t$  é o PLD médio para o mês  $t$  e  $r_{t,A+n}$  é a taxa Forward mensalizada no mês  $t$  para o ano A+n,  $n=0, \dots, 5$ , que queremos calcular. Assim, para cada período  $t$  e cada curva a termo A+n temos

$$r_{t,A+n} = \left( \frac{F_{t,A+n}}{PLD_t} \right)^{\frac{1}{12(n+1)}} - 1 \quad (3)$$

Na figura 6 mostramos duas visões das curvas das taxas Forward,  $r_{t,A+n}$ , para as maturidades A até A+5. A figura à esquerda sugere que a taxa varia no tempo com amplitude maior para as primeiras maturidades e menor para as últimas. Essa variação é suave e gradual, exceto em alguns períodos.

A imagem à direita nos permite ter uma visão da estrutura a termo da taxa Forward. O decaimento da taxa com relação à maturidade é exponencial nos momentos em que as taxas estão mais elevadas, enquanto no centro dos dados verificamos um comportamento linear.

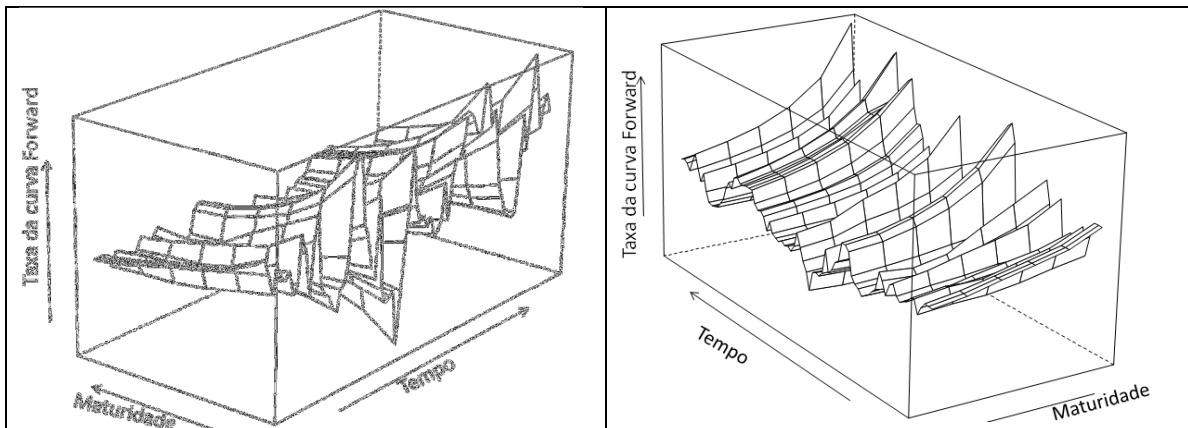


Figura 6: Superfícies a termo da taxa Forward para as maturidades A até A+5 coletadas de janeiro de 2004 à setembro de 2011.

### Modelo de Diebold-Li

O modelo de Diebold-Li é muito utilizado para modelar as curvas Forward de juros nos mercados financeiros por conseguir replicar diversos fatos estilizados das séries desses mercados [8]. Em sua forma básica, o modelo de Diebold-Li é um modelo dinâmico com três fatores latentes para cada mês onde temos cotações. Os fatores latentes estão associados com cargas que refletem transformações da taxa de preços Forward [7].

Esse modelo é baseado na solução de equações diferenciais que relacionam as taxas Spot às taxas Forward. [7] observam que essas soluções, restritas à derivação de raízes iguais, é da forma

$$r_{t..A+n} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \cdot \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{2,t} \cdot \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (3)$$

que é uma função linear de  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$  dado  $\lambda_t \tau$ , onde  $\tau = 12 \cdot (n + 1)$ .

Cada um dos parâmetros dessa função tem uma interpretação interessante. O parâmetro  $\lambda_t$  comanda a velocidade do decaimento da função exponencial. Pequenos valores de  $\lambda_t$  levam a um decaimento lento da função, enquanto grandes valores fazem a função decair rapidamente.

Os outros três fatores latentes  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$  estão relacionados com a forma da curva. O valor limitante de  $r_{t..A+n}$  é  $\beta_{0,t}$  quando  $\tau \rightarrow \infty$ , então  $\beta_{0,t}$  está associado com o nível de longo prazo da taxa Forward.

O termo  $\left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right)$  é uma função que se inicia em 1, mas decai rapidamente a zero quando  $\tau \rightarrow \infty$ , assim  $\beta_{1,t}$  pode ser visto como um termo que mede o efeito de curto prazo da taxa Forward. A função  $\left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right)$  se inicia em zero, então não mede o efeito de curto prazo, incrementa em  $\tau$  e depois decai a zero conforme  $\tau \rightarrow \infty$ , portanto não captura o nível de longo prazo. Assim,  $\beta_{2,t}$  mede um efeito de médio prazo da taxa forward.

De fato, como discutido em [8],  $\beta_{1,t}$ , o termo de curto prazo, está associado com a inclinação da curva e  $\beta_{2,t}$ , o termo de médio prazo, tem relação com a curvatura da taxa Forward.

Desta forma, estudando a dinâmica de cada um desses parâmetros podemos descobrir, para cada momento de tempo, qual é o fator mais importante na curva de preços, e consequentemente, se é esperado um aumento dos níveis ou da volatilidade da taxa Forward.

Note que o modelo de Diebold-Li implica que toda a informação sobre a taxa de preços Forward pode ser capturada pelos três fatores latentes. Assim, a previsão dessa quantidade pode ser feita através da previsão dos fatores  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$ , dado  $\lambda_t \tau$ .

Os fatores latentes formam três séries temporais, assim podemos prever uma estrutura a termo com  $n$  pontos fazendo a previsão conjunta de apenas três fatores latentes.

Seguindo [8], a modelagem dos fatores latentes pode ser feita usando modelos VAR (Vectorial autoregressive). Esses modelos são capazes de capturar a estrutura intertemporal dos

fatores e a relação de determinada série com observações passadas das outras duas séries, mas não captura a dependência contemporânea de duas séries.

A modelagem da dependência contemporânea de dois fatores pode ser feita através da aplicação de cópulas para os resíduos dos modelos VAR. Para a maioria das aplicações as cópulas gaussianas ou t-student simétrica são suficientes para estimar a estrutura de dependência das curvas.

Em suma, a modelagem das taxas de preços a termo baseada no modelo de Nelson-Siegel pode ser feita usando a seguinte estrutura

$$r_{t,A+n} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \cdot \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{2,t} \cdot \left( \frac{1-e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (\text{Nelson-Siegel}) \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \beta_{0,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} \beta_{0,t-1} \\ \beta_{1,t-1} \\ \beta_{2,t-1} \end{pmatrix} + \dots + A_p \begin{pmatrix} \beta_{0,t-p} \\ \beta_{1,t-p} \\ \beta_{2,t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{0,t} \\ \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} \quad (\text{VAR fatores latentes}) \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{0,t} \\ \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{pmatrix} \sim \text{Copula}(\theta) \quad (\text{Cópula resíduos dos modelos}) \quad (6)$$

$$\text{Onde } A_i = \begin{pmatrix} a_{00}^i & a_{01}^i & a_{02}^i \\ a_{10}^i & a_{11}^i & a_{12}^i \\ a_{20}^i & a_{21}^i & a_{22}^i \end{pmatrix} \text{ e } \theta \text{ é o vetor de parâmetros da cópula.}$$

Os parâmetros dessa estrutura de modelagem podem ser estimados conjuntamente ou em três passos isoladas. A estimação conjunta desses parâmetros não é simples de ser feita do ponto de vista clássico. [10] propõem uma abordagem bayesiana para a estimação dos parâmetros dessa estrutura. A vantagem é que o problema computacional pode ser resolvido de maneira muito mais simples via métodos MCMC. Na seção 5 apresentaremos as estimativas desses modelos para os dados das taxas Forward individuais mostrados na figura 6.

### *Aplicação nos dados*

## **4.3 Calculando Volatilidade**

O modelo de Nelson-Siegel propõe capturar toda a dinâmica das curvas Forward através de apenas três fatores latentes. Esses fatores são modelados conjuntamente e são responsáveis não só por ditar o nível da série, mas também sua estrutura de variação. No entanto, como as volatilidades das curvas forward não são observáveis, não é simples validar as saídas desses modelos com as características empíricas das curvas.

Uma alternativa é construir séries de volatilidade da curva Forward e utilizá-las para verificar se a variação implicada pelo modelo de Nelson-Siegel é coerente para cada maturidade.

#### 4.4 Modelando os retornos e a volatilidade das curvas diretamente

A volatilidade estimada pelo modelo de Nelson-Siegel é resultado da dinâmica dos fatores latentes e não necessariamente reflete a estrutura observada na volatilidade histórica. Isso pode fazer com que a previsão da distribuição futura de uma curva Forward não esteja em linha com os dados de mercado, o que traria consequências tanto na análise de risco, quanto na valoração de produtos.

Para contornar essa questão podemos incorporar a série de volatilidade histórica, calculada a partir dos dados, diretamente na modelagem das curvas Forward. Uma maneira de fazer isso é utilizando

$$x_{t,A+n} = \phi_1 \cdot x_{t-1,A+n} + \dots + \phi_p \cdot x_{t-p,A+n} + \varepsilon_{t,A+n} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{t,A+n} = m_{t,A+n} \cdot e^{\sigma_{t,A+n}} \quad (7)$$

$$\sigma_{t,A+n} = \log(s_{t-1,A+n}) + \xi_{t,A+n} \quad (8)$$

onde  $s_{t-1,A+n} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_{t-i,A+n} - \bar{x}_{t,A+n})^2}$  é o desvio-padrão das variações relativas e  $\bar{x}_{t,A+n} = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m x_{t-i,A+n}$  é a média das variações relativas ambos calculados em janelas de  $m$  meses. Adicionalmente,  $E[m_{t,A+n}] = 0$  e  $m_{t,A+n}$  e  $\xi_{t,A+n}$  são independentes. Sendo que  $x_{t,A+n}$  é a variação mensal relativa da curva Forward  $A+n$  no mês  $t$  e  $\sigma_{t,A+n}$  é a volatilidade mensal para a curva  $A+n$  no mês  $t$ .

Esses modelos capturam a estrutura da média dos retornos através de um AR(p) e incorporam no cálculo da volatilidade a volatilidade histórica como um fator latente no modelo. Desta forma, é garantido que a volatilidade replicada por esse modelo esteja em linha com aquela observada na série histórica.

Uma versão simplificada dessa estrutura que pode ser apropriada para o mercado de energia, como será visto na seção 5, é dada fixando  $\phi_1 = \dots = \phi_p = 0$  e fazendo  $\xi_{t,A+n} \rightarrow 0$ , resultando em

$$x_{t,A+n} = m_{t,A+n} \cdot \sigma_{t,A+n} \quad (9)$$

$$\sigma_{t,A+n} = s_{t-1,A+n} \quad (10)$$

ou seja, tanto a previsão da curva Forward, quanto à da volatilidade histórica só dependem da última observação das respectivas séries.

Na seguinte seção iremos aplicar os modelos descritos nas seções 4.2 e 4.4 aos dados de curva Forward. Para estudar a capacidade dos modelos em capturar o comportamento das curvas Forward executaremos testes fora da amostra para comparar previsões e validaremos as volatilidades geradas pelas distribuições previstas dos modelos com aquelas da série histórica de volatilidade. A volatilidade da curva Forward pode ser calculada via simulação, como o desvio-padrão das curvas simuladas, sobre a previsão da curva em determinado momento.

## 5. Modelagem de curvas Forward individuais

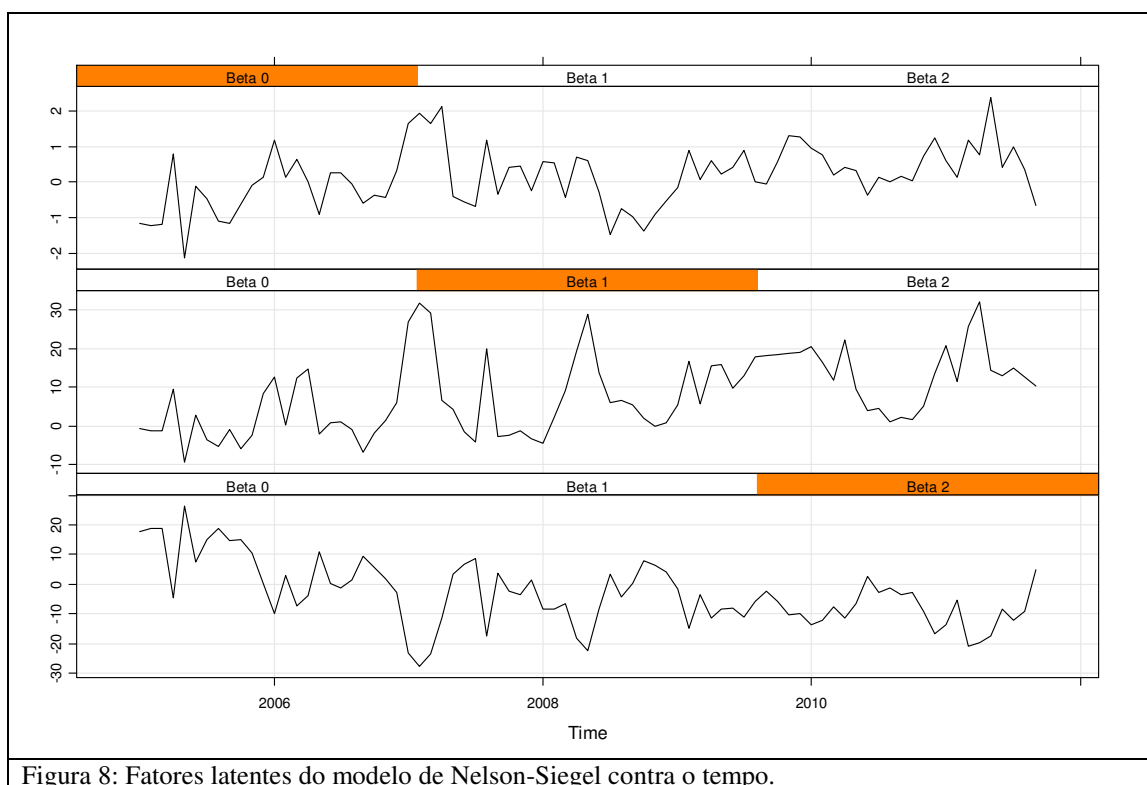


Figura 8: Fatores latentes do modelo de Nelson-Siegel contra o tempo.

### 5.1 Nelson-Siegel

Para esses dados estimamos o modelo de Nelson-Siegel descrito na seção 4.2. As séries dos fatores latentes  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$  são apresentadas na figura 8. As estimativas foram obtidas no software R através do pacote YieldCurve. Alguns ajustes foram feitos para resolver o problema computacional de convergência da função.

Para avaliar se as séries são estacionárias executamos o teste aumentado de Dick-Fuller [9] (cap 6), considerando o termo de tendência para as séries de  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$ , mas não para  $\beta_{0,t}$  obtendo p-valores como descrito na tabela 2 (painel esquerdo). Os p-valores suportam a rejeição das hipóteses nulas indicando que as três séries são estacionárias, assim podemos utilizar o modelo VAR para as séries não diferenciadas.



Para entender a intensidade da dependência temporal das séries dos fatores latentes e suas interações, mostramos na figura 9 as funções de autocorrelação e autocorrelação cruzadas.

Tabela 2: Teste de Dick-Fuller aumentado (painel esquerda), estimativas dos parâmetros do modelo VAR para os fatores latentes (painel central), estimativas dos parâmetros AR(1) dos fatores latentes (painel direita).

	Tendência	p-valor	Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	valor t	p-valor	Fator	Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão
Beta0	não	0.0000007	$a_0$	0.31	0.20	1.57	0.12	Beta0	intercept	0.13	0.16
Beta1	sim	0.0001331	$a_{01}$	0.01	0.01	1.27	0.21	Beta0	AR1	0.47	0.10
Beta2	sim	0.0000291	$a_{02}$	0.00	0.02	-0.12	0.90	Beta1	intercept	8.06	2.20
			$a_{10}$	-0.14	2.19	-0.06	0.95	Beta1	AR1	0.62	0.09
			$a_1$	0.86	0.13	6.85	<0.001	Beta2	intercept	-2.48	2.58
			$a_{12}$	0.10	0.22	0.47	0.64	Beta2	AR1	0.64	0.09
			$a_{20}$	2.95	2.28	1.29	0.20				
			$a_{21}$	-0.05	0.13	-0.38	0.71				
			$a_2$	0.80	0.23	3.51	<0.001				

Na primeira fileira da figura temos as autocorrelações de  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$  respectivamente. Note que as primeiras correlações são da ordem de 0.5 e decaem rapidamente a zero, comportamento típico de modelos autoregressivos de baixa ordem.

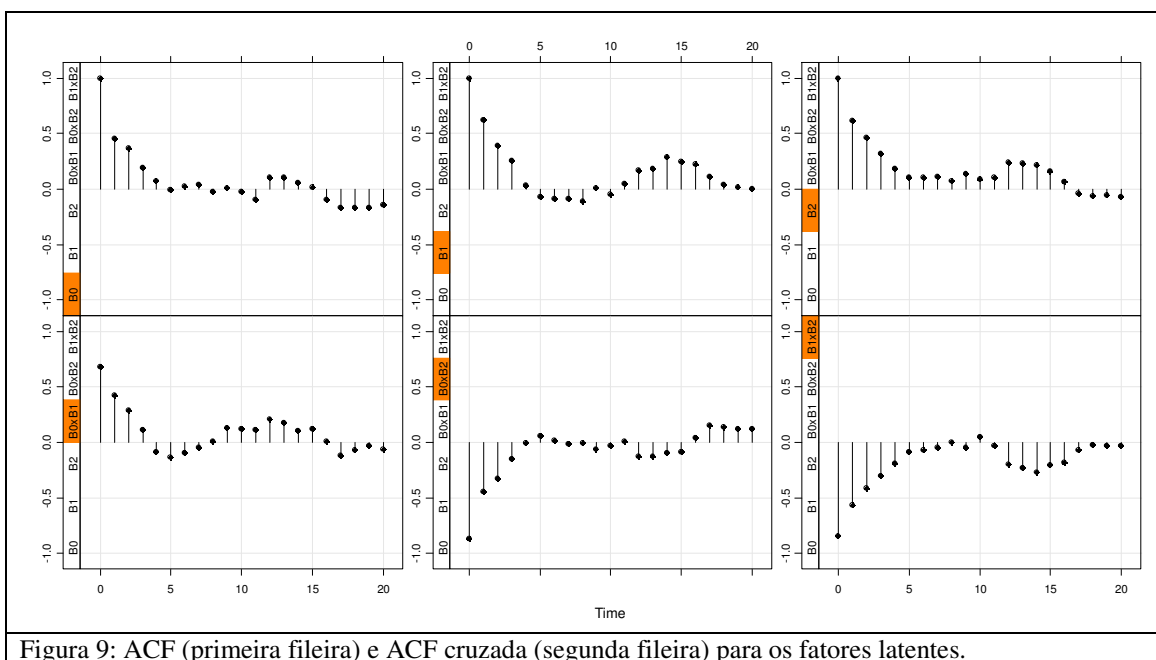


Figura 9: ACF (primeira fileira) e ACF cruzada (segunda fileira) para os fatores latentes.

Na segunda fileira temos as autocorrelações cruzadas entre as séries latentes. A correlação contemporânea (defasagem 0) é a mais elevada. Essas correlações não são diretamente capturadas pelos modelos VAR. As correlações cruzadas para a defasagem 1 são da ordem de 0.5, decaindo para defasagens maiores. Dessa forma, modelos VAR com ordem superiores a 1 não serão avaliados. As estimativas dos parâmetros de um VAR(1) são apresentadas na tabela 2 (painel central).

Seguindo a notação da equação (4), os únicos parâmetros significantes a 5% foram  $a_1$  e  $a_2$ , tendo  $a_0$  p-valor igual a 0.12. Isso faz com que a matriz de parâmetros do modelo VAR seja diagonal, ou seja, não haja efeito cruzado entre fatores latentes. Isso implica que podemos fazer análises individuais das séries e depois verificar a estrutura de dependência conjunta dos erros dos modelos.

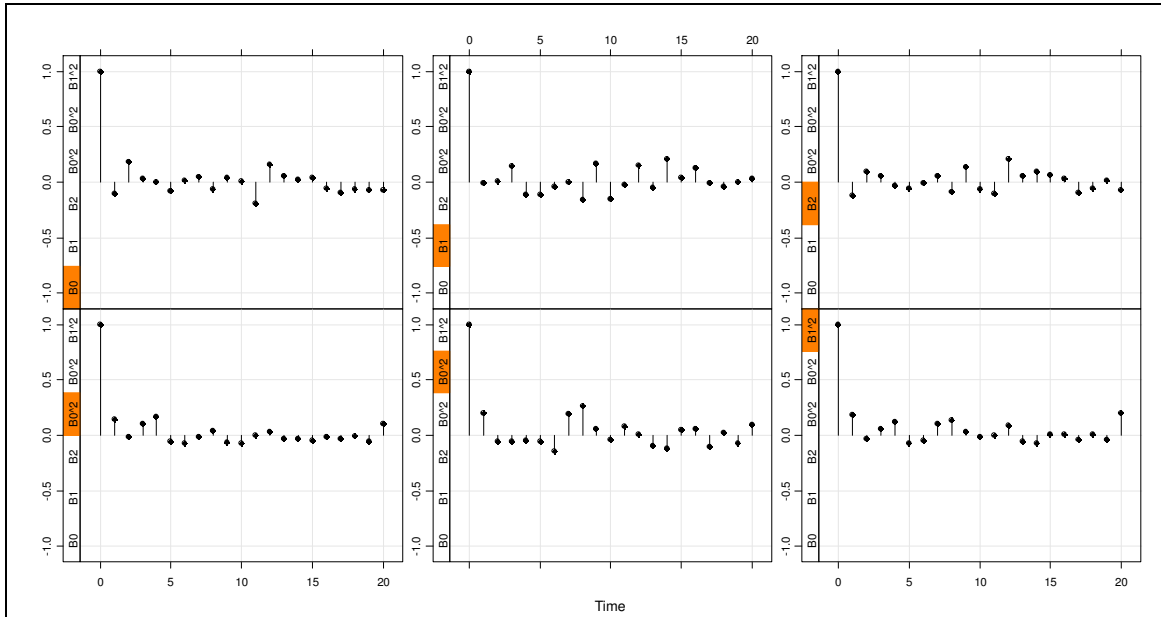


Figura 10: ACF dos resíduos dos modelos para os fatores latentes( primeira fileira) e para os resíduos as quadrado (segunda fileira).

As análises individuais têm a vantagem de simplificar a estrutura do problema facilitando a interpretação e previsão dos fatores latentes. Assim, modelos AR(1) são estimados para  $\beta_{0,t}$ ,  $\beta_{1,t}$  e  $\beta_{2,t}$  com as estatísticas e parâmetros apresentados na tabela 2 (painel da direita).

Os parâmetros autoregressivos são estatisticamente significantes para os três fatores. Adicionalmente, as funções de autocorrelação dos resíduos e quadrados dos resíduos não parecem indicar a necessidade de adição de outros termos, como pode ser visto na figura 10.

O terceiro passo da estrutura de modelagem sugere aplicarmos aos resíduos dos modelos autoregressivos uma cópula. Apresentamos na figura 11 o gráfico das correlações contemporâneas entre os resíduos dos modelos autoregressivos para confirmar a necessidade de incorporar a estrutura de dependência no processo de análise.

As correlações são elevadas, principalmente às associadas com os fatores  $\beta_{2,t}$ . Isso indica que conforme aumentam os fatores de longo prazo ou de curto prazo o fator de médio prazo tende a ter uma redução. Adicionalmente, a correlação de cerca de 0.6 entre os fatores  $\beta_{0,t}$  e  $\beta_{1,t}$  indica que o aumento do efeito de longo prazo nas taxas Forward vem seguido de um incremento no efeito de curto prazo também. Como as correlações dos fatores  $\beta_{0,t}$  e  $\beta_{1,t}$  com  $\beta_{2,t}$  são negativas devemos ter uma redução nos intervalos de confianças das taxas Forward.

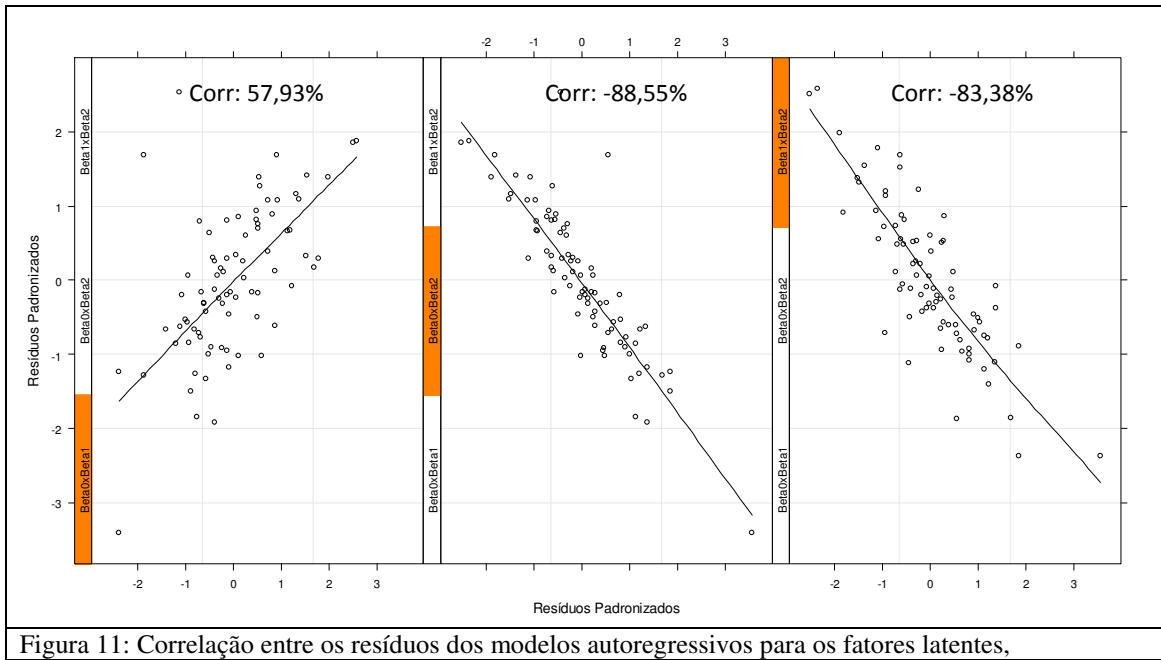


Figura 11: Correlação entre os resíduos dos modelos autoregressivos para os fatores latentes,

A modelagem de cópula deve levar em consideração as características dos dados. No caso da cópula gaussiana, uma propriedade da normal multivariada é que combinações lineares de distribuições normais multivariadas continuam tendo distribuição normal multivariada. Dessa forma, uma maneira de verificar se a cópula gaussiana é adequada para esses dados é verificar se encontramos evidências de normalidade para as somas dois a dois e de todos os termos dos resíduos dos fatores latentes.

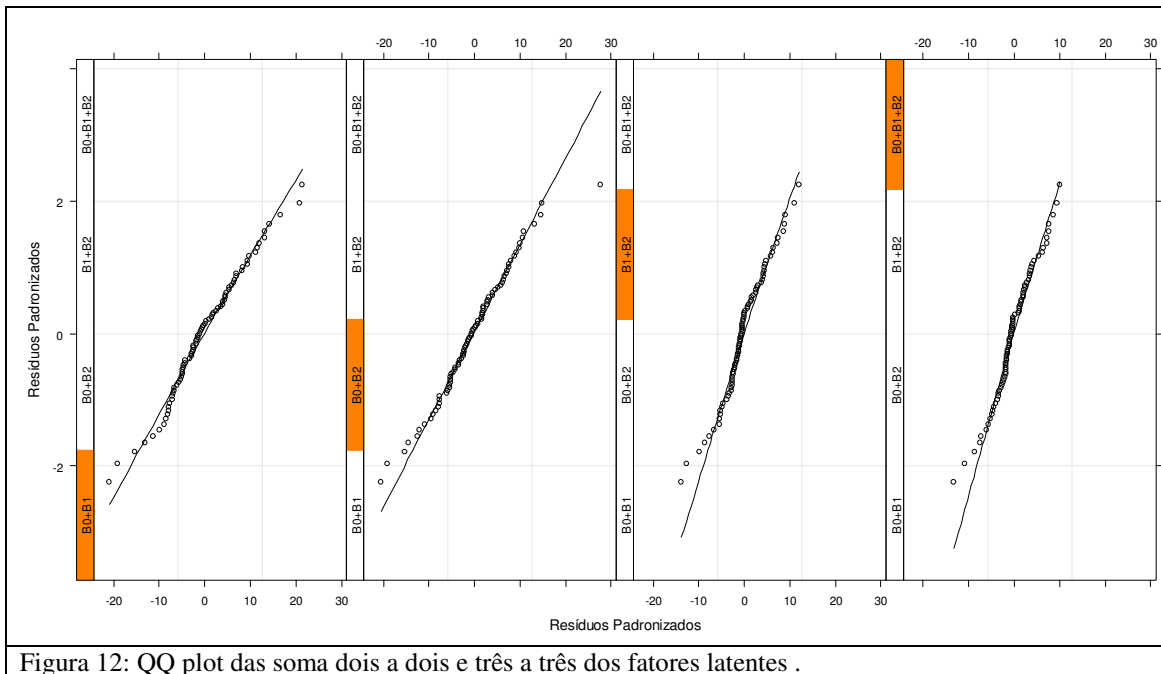


Figura 12: QQ plot das soma dois a dois e três a três dos fatores latentes .

Os gráficos quantil-quantil dessas quantidades são mostradas na figura 12. A menos de alguns poucos pontos, não observamos grandes desvios da normalidade em nenhum dos quatro painéis indicando que a cópula gaussiana é apropriada para esses dados. De fato, como as distribuições marginais são aproximadamente normais neste caso, poderíamos utilizar a distribuição normal multivariada na análise de dependência ao invés da cópula gaussiana.

Utilizando o software R, através do pacote “copula”, estimamos uma cópula gaussiana para os dados usando o método de inversão do tau de kendall. As estimativas dos parâmetros da cópula e o resultado do teste de bondade de ajuste para a cópula estimada, veja [11], é apresentado na tabela 3. Os parâmetros são altamente significantes com p-valores bastante reduzidos. Adicionalmente, o teste de bondade de ajuste não rejeita a hipótese nula de que a cópula verdadeira é a gaussiana.

Cópula Gaussiana				
Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	valor t	p-valor
Beta 0 x Beta 1	0.63	0.10	6.14	<0.0001
Beta 0 x Beta 2	-0.92	0.02	-39.82	<0.0001
Beta 1 x Beta 2	-0.83	0.05	-15.94	<0.0001
Teste de bondade de ajuste (cópula empírica x estimada)				
estatística de Cramer-von Mises 0.0149 com p-value 0.6194				

Tabela 3: Estimativa dos parâmetros da cópula e teste de bondade de ajuste

Para verificar o desempenho da cadeia de modelos estimados precisamos de algumas métricas de decisão como, por exemplo, previsões fora da amostra. A previsão fora da amostra consiste em separar um conjunto de dados para modelagem e outro para teste, de forma que as previsões do modelo para o conjunto de teste sejam feitas sem considerar a informação disponível nesse conjunto. Temos ao total 81 observações para a curva Forward e consideramos, inicialmente, 69 observações para a estimação e 12 no conjunto de testes. A utilização de 12 observações resolve potenciais distorções que poderiam ser geradas por efeitos de sazonalidade. A previsão é sempre feita um passo a frente e o modelo é atualizado para incorporar a primeira observação do conjunto de teste, antes de outra previsão ser realizada. Assim, na segunda etapa, o modelo seria ajustado com 70 observações, no passo seguinte com 71 e assim por diante.

Tabela 4: Curva Forward do conjunto de teste (painel à esquerda), erro de previsão da cadeia de modelo de Nelson-Siegel apresentado na seção 4.2 (painel central) e erro de previsão que utiliza a previsão como a última observação (painel à direita).

Curva Forward Observada							Nelson-Siegel + AR + Copula							Repetição da Última Observação						
Curvas	A	A+1	A+2	A+3	A+4	A+5	Curvas	A	A+1	A+2	A+3	A+4	A+5	Curvas	A	A+1	A+2	A+3	A+4	A+5
Etapa	Curva Forward Observada						Etapa	Erros de Predição						Etapa	Erros de Predição					
1	145	135	135	125	125	125	1	-11%	-23%	-22%	-31%	-30%	-30%	1	0%	0%	0%	-2%	-2%	-2%
2	145	120	120	118	118	118	2	-2%	-20%	-14%	-13%	-13%	-16%	2	0%	-13%	-13%	-6%	-6%	-6%
3	145	120	120	118	118	118	3	10%	-6%	3%	6%	6%	2%	3	0%	0%	0%	0%	0%	0%
4	100	120	118	118	118	118	4	-28%	-27%	-27%	-23%	-23%	-24%	4	-45%	0%	-2%	0%	0%	0%
5	100	119	119	119	119	119	5	35%	36%	34%	34%	34%	34%	5	0%	-1%	1%	1%	1%	1%
6	110	119	119	119	119	119	6	23%	20%	25%	29%	29%	27%	6	9%	0%	0%	0%	0%	0%
7	80	112	112	112	112	112	7	5%	11%	12%	15%	16%	14%	7	-38%	-6%	-6%	-6%	-6%	-6%
8	60	100	100	100	100	100	8	7%	18%	10%	12%	17%	19%	8	-33%	-12%	-12%	-12%	-12%	-12%
9	78	100	100	100	100	100	9	33%	34%	32%	32%	33%	33%	9	23%	0%	0%	0%	0%	0%
10	70	100	100	100	100	100	10	11%	16%	11%	13%	15%	16%	10	-11%	0%	0%	0%	0%	0%
11	55	97	98	98	98	98	11	3%	16%	2%	-3%	-1%	2%	11	-27%	-3%	-2%	-2%	-2%	-2%
12	50	80	98	98	98	98	12	-12%	-1%	3%	-3%	-5%	-4%	12	-10%	-21%	0%	0%	0%	0%
							EMAP	15.0%	19.0%	16.3%	17.9%	18.5%	18.5%	EMAP	16.4%	4.7%	2.9%	2.5%	2.5%	2.5%

Os resultados dos testes fora da amostra para o modelo de Nelson-Siegel são resumidos na tabela 4 (painel central). Na tabela 4, painel esquerdo, temos as curvas Forward's observadas no conjunto de previsão, ou seja, o valor meta do modelo para o teste fora da amostra para cada uma das 12 etapas. No painel central temos o erro de previsão do modelo Nelson-Siegel para cada curva Forward em cada uma das 12 etapas e o EMRP (Erro Médio Relativo de Previsão). Note que o erro é exageradamente elevado, principalmente nas curvas A+1 a A+5. As células em vermelho refletem erros absolutos acima de 30%.

Comparando os erros de previsões com os valores observados da curva Forward vemos que o modelo de Nelson-Siegel não consegue capturar as mudanças bruscas que ocorrem com as

cotações da curva Forward. Em particular, na etapa 3, quando a curva A cai de 145 para 100 e depois permanece em 100 na etapa 4 o modelo tem erro de previsão de -28% e 35% nas etapas 3 e 4, respectivamente. Esses erros são devidos à conversão dos parâmetros do modelo de Nelson-Siegel na taxa Forward. Como a estrutura a termo não foi capaz de capturar a mudança brusca de preços, as taxas Forward do modelo, obtidas pela equação (2), são distantes dos valores observados.

A modelagem da estrutura a termo poderia ser melhorada se pudéssemos incorporar um parâmetro adicional no modelo de Nelson-Siegel, como sugerido por [10]. Como temos apenas seis observações para cada curva, não podemos avaliar se a inclusão desse novo parâmetro traria alguma melhora.

De fato, principalmente nas curvas A+1 à A+5, os valores tendem a ser iguais à observação anterior. Quando ocorre uma mudança entre duas curvas subsequentes, ela é geralmente brusca. Como não existe um padrão aparente nessas mudanças, a estrutura temporal sugerida pelos fatores latentes tem pouca capacidade de previsão. Essa é a principal justificativa porque o modelo Nelson-Siegel apresentou desempenho pobre a partir da curva A+1, inclusive.

A questão é que o modelo de Nelson-Siegel impõe uma estrutura complexa, baseada em várias transformações dos dados originais, para tentar capturar a dinâmica da curva Forward. Uma classe mais simples de modelo, que considera apenas as observações passadas de cada curva e não modela a estrutura a termo dos dados, poderia dar indicações se a complexidade do modelo de Nelson-Siegel é realmente necessária. O alisamento exponencial tem apenas um parâmetro que controla o peso das observações mais recentes e das observações passadas na previsão. O alisamento exponencial poderia ser aplicado diretamente às curvas Forward's, sem ter que transformar os dados originais, como segue

$$l_{t,A+n} = \alpha_{A+n} \cdot F_{t,A+n} (1 - \alpha_{A+n}) \cdot l_{t-1,A+n} \quad (12)$$

onde  $l_{t,A+n}$  é o nível da da curva Forward A+n no tempo  $t$  e  $F_{t,A+n}$  é a série da respectiva curva Forward.

Lembrando que  $\alpha_{A+n}$  pode ser escrito em função do parâmetro de um modelo ARIMA(0,1,1). Apresentamos na tabela 5 as estimativas e o erro padrão do parâmetro de alisamento exponencial para cada uma das seis curvas.

Tabela 5: Estimativas e erro padrão do parâmetro do alisamento exponencial para as curvas Forward.

	A	A+1	A+2	A+3	A+4	A+5
Alpha	0.748	0.994	0.844	0.733	0.837	1.000
Erro Padrão	0.095	0.106	0.091	0.079	0.131	0.151

Os valores dos parâmetros para as curvas A+1 até A+5 são próximos a 1 (exceto na curva A+3, mas esse comportamento não tem fundamento em nenhuma característica de mercado).  $\alpha_{A+n}$  igual a 1 implica que a melhor previsão da próxima observação é a observação mais recente, desprezando o passado dos dados. Esse comportamento esta em linha com as repetições das curvas observadas no conjunto de dados, principalmente nas curvas A+1 a A+5.

A curva A tem valor do parâmetro por volta de 0.75 o que implica que as últimas três observações trazem alguma informação relevante para a previsão. É esperado que a curva A,

aquela com menor maturidade, tenha esse comportamento já que mais variáveis estão disponíveis para o trader construir suas expectativas para o ano corrente, como as previsões do NEWAVE, caracterização do perfil hidrológico e melhor entendimento da relação oferta e demanda, o que não ocorre no longo prazo.

Utilizando  $\alpha_{A+n} = 1$  para  $n=0, \dots, 5$  nos permite verificar qual é o erro incorrido se utilizarmos a última observação como a previsão da próxima. Essa análise é realizada no painel direito da tabela 4. O EMAP para a curva A+1 é de 4.7% e para as curvas A+2 à A+5 é de menos de 3%, muito menor que aqueles da ordem de 20% apresentados pelo modelo de Nelson-Siegel. Na curva A a última observação gera um EMAP de 16.4% contra 15% do modelo Nelson-Siegel. Isso indica que para maturidades menores, onde existe mais informação no mercado a complexidade adicional gerada pelo modelo Nelson-Siegel pode trazer um ganho de previsão.

Se por um lado a previsão pontual dos modelos fornece indicações dos candidatos mais adequados, outro teste importante para os modelos é sua capacidade em replicar a estrutura de variação das curvas, que está relacionada com sua volatilidade. A estimação da volatilidade é crucial, pois ela é a principal entrada para os modelos de precificação e avaliação de risco.

Dessa forma, outra maneira de validar modelos para as curvas Forward é comparar as volatilidades geradas por esses modelos com as obtidas pela série histórica de volatilidade. Caso os valores não estejam alinhados temos indícios que o modelo não consegue refletir as características da curva Forward e, portanto é inadequado.

Na tabela 6 apresentamos as volatilidades previstas um passo a frente para o modelo de Nelson-Siegel contra a volatilidade histórica do mesmo período. A volatilidade prevista pelo modelo é estimada como o desvio-padrão da curva Forward dividido pela média estimada da curva Forward ambos baseados na distribuição prevista um passo a frente, ou seja, uma espécie de coeficiente de variação calculado utilizando a distribuição prevista que reflete qual é a variação dos preços com relação a melhor estimativa deles. Note que a volatilidade prevista pelo modelo de Nelson-Siegel é muito superior à observada nas séries históricas mostradas nas figuras 7, principalmente nas curvas A+1 até A+5. Nesse sentido, o modelo de Nelson-Siegel além de realizar previsões com erros elevados resulta em volatilidades não realistas.

Tabela 6: Volatilidade prevista para os modelos de Nelson-Siegel (seção 4.2) e o modelo que considera as curvas Forward e a volatilidade de forma conjunta (seção 4.4) e a volatilidade histórica calculada em janelas de 12 e 24 meses.

Seção	Modelo	Volatilidade Prevista %					
		A	A+1	A+2	A+3	A+4	A+5
4.2	Nelson-Siegel + AR+ Copula	47.8%	55.6%	56.0%	56.4%	57.9%	61.1%
4.4	Curva Forward + Volatilidade Histórica	18.4%	9.5%	6.5%	5.6%	6.4%	6.7%
4.3	Volatilidade 12 meses	17.6%	5.9%	4.3%	3.5%	3.5%	3.5%
4.3	Volatilidade 24 meses	18.4%	12.8%	4.2%	3.8%	3.3%	3.3%

## 5.2 Modelando os retornos e a volatilidade das curvas diretamente

O modelo apresentado na seção 4.3 incorpora a volatilidade histórica de 24 meses, como calculada na seção 4.3, diretamente no modelo. Essa característica deveria fazer com que a volatilidade implicada por esse modelo esteja em linha com a volatilidade histórica.

Para estudar o desempenho desse modelo vamos utilizar a versão simplificada definida pelas equações (9) e (10), ou seja, nenhum modelo autoregressivo para as variações dos retornos e a volatilidade histórica dependendo apenas da última observação.

A utilização desse modelo é justificada por termos parâmetros no alisamento exponencial próximos a 1 e porque a função de autocorrelação da variação mensal das curvas Forward e da série diferenciada de volatilidade são aproximadamente ruído branco, como pode ser visto nas figuras 13 e 14. A volatilidade foi calculada como o desvio-padrão padrão móvel em janelas de 24 meses da variação mensal relativa da curva Forward. Note que a variação mensal relativa da curva Forward é igual ao erro relativo de previsão nesse caso.

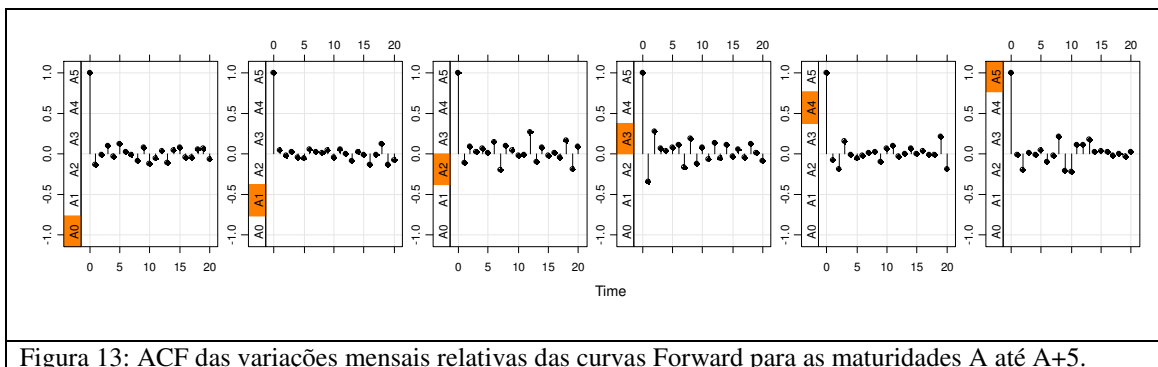


Figura 13: ACF das variações mensais relativas das curvas Forward para as maturidades A até A+5.

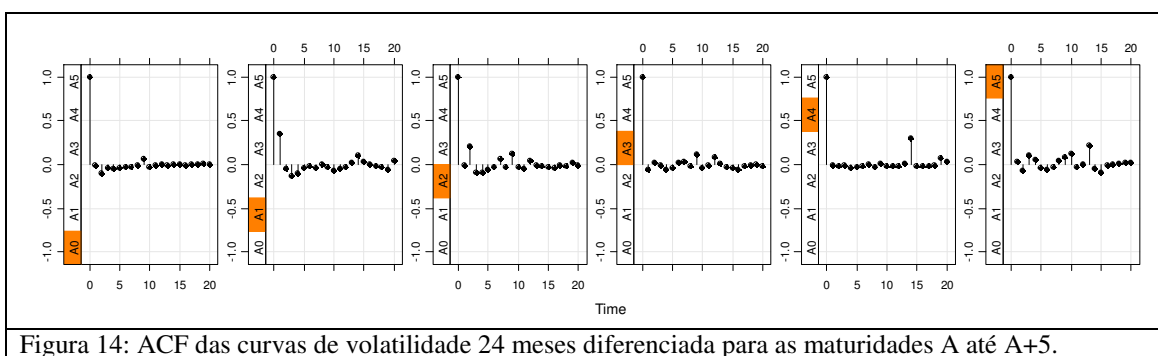


Figura 14: ACF das curvas de volatilidade 24 meses diferenciada para as maturidades A até A+5.

As previsões das curvas Forward geradas por esse modelo são equivalentes as apresentadas nos testes fora da amostra na tabela 4 (painel da direita), ou seja, o modelo no qual a melhor previsão é a última observação da curva. A previsão da volatilidade desse modelo é dado na tabela 6, na linha que representa o modelo da seção 4.4. Essas volatilidades, como esperado, são próximas àquelas calculadas usando a série de volatilidade histórica. Assim, o modelo da seção 4.4, além de realizar previsões mais adequadas para as maturidades A+1 até A+5 também fornece previsões da volatilidade em linha com as quantidades históricas para todos os termos avaliados.

A simulação das curvas Forward usando esse modelo podem ser feitas conjuntamente com base em uma cópula gaussiana. No entanto, as distribuições marginais nesse caso não são normais. De fato, utilizando t-student como distribuição referência para as marginais encontramos graus de liberdade inferiores a dois na maioria das maturidades. Esses valores fariam com que a média e a variância das distribuições não sejam definidas. Uma alternativa é utilizar a distribuição empírica para as simulações.

A densidade kernel das distribuições previstas das curvas Forward obtidas por simulação das distribuições empíricas dos erros padronizados,  $\frac{m_{t,A+n}}{\sigma_{t,A+n}}$ , são mostradas na figura 15. As linhas de referência nas figuras são as previsões um passo à frente dessas curvas, calculadas como a última observação.

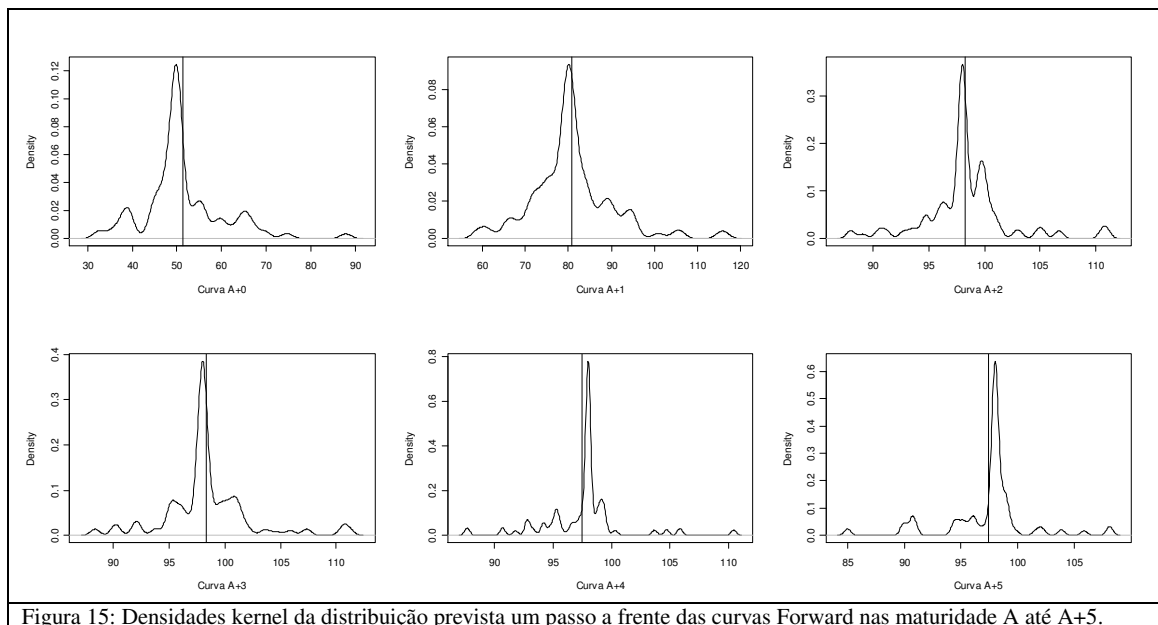


Figura 15: Densidades kernel da distribuição prevista um passo a frente das curvas Forward nas maturidade A até A+5.

Essas distribuições de probabilidade podem ser utilizadas para a avaliação de produtos e cálculo de risco de mercado.

É importante destacar que a curva estudada nesse trabalho é particular de um agente, com características específicas que poderiam ser diferentes entre agentes. Se, ao invés, tivéssemos curvas construídas dentro de um Pool de preços seria esperado observar menos repetições que as de agentes individuais. Por outro lado, as mudanças bruscas nas curvas podem estar relacionadas com a pouca informação disponível e dificuldade de percepção dos agentes, principalmente em maturidades distantes. Dessa forma, não podemos descartar a utilização de modelos como o de Nelson-Siegel ou outros similares. Conforme cresçam as fontes de informação do setor será possível estudar em maiores detalhes as características empíricas das curvas e daí selecionar modelos utilizando também outros critérios.

Os modelos para as curvas Forward são usados para basicamente duas funções relacionadas: previsão e análise de risco. A previsão define como as operações são marcadas ao mercado e está relacionada com a capacidade dos modelos em acertar o valor futuro dos preços. A análise de risco está associada com a capacidade dos modelos em replicar a estrutura de variação histórica, ou seja, medir a volatilidade. Como o modelo 4.3 apresentou melhor desempenho para as curvas de dados estudadas, o consideramos mais apropriado.

## 6. Conclusão e Trabalhos Futuros.



Nesse trabalho foram discutidas muitas características empíricas e de mercado das curvas Forwards de eletricidade do Brasil e proposta uma estrutura de análise e modelagem que incorpore as principais características.

Um primeiro ponto é que a captura da curva Forward é uma etapa essencial da análise e também a mais complicada, dado que não existe informação pública associada com os preços futuros de energia. Em particular, a obtenção de dados via Pool de preços seria a maneira ideal de tratar curvas Forward, pois considera informação de diversos agentes refletindo muito melhor as expectativas do mercado agregado. Como esse pool ainda não existe no setor, a primeira alternativa é utilizar como base para as avaliações as curvas individuais dos agentes. Essa abordagem tem diversas críticas, como visto no capítulo 3, mas serve como uma primeira referência para as empresas do setor.

Com relação à modelagem, estudamos diversos modelos que capturam características diferentes das curvas e que são apropriados em diferentes contextos. Em particular, vimos nas seções 4.2 e 5.1 a cadeia de modelo de Nelson-Siegel que utiliza a taxa Forward como informação de entrada e a descreve como um modelo de regressão de três fatores latentes. Para os dados avaliados esse modelo se mostrou deficiente, pois teve baixo desempenho nos testes de previsão fora da amostra e gerou volatilidades não condizentes com as quantidades históricas. Por outro lado, o modelo apresentado na seção 4.3, que considera a curva Forward original como entrada e trata as volatilidades históricas como um fator latente conseguiu capturar de maneira adequada a estrutura dos dados como visto nos testes de previsão fora da amostra tanto da curva Forward, como de suas volatilidades.

Outra questão relevante foi a estrutura proposta para lidar com a volatilidade. Como discutido na seção 4.2, a volatilidade histórica é uma quantidade não observável, portanto deve ser estimada. Através das análises realizadas nesta mesma seção vimos que ela não é constante no tempo e propusemos uma maneira simples de calcular e acompanhar essa quantidade. Desta forma, podemos ter uma ideia da magnitude do risco de mercado de posições em aberto para cada período de tempo.

Com base nos resultados obtidos neste trabalho podemos construir modelos de análise de produtos de energia, que incluem contratos em blocos de energia e derivativos embutidos, que são incorporados através de cláusulas de flexibilidades contratuais. A precificação desses instrumentos pode tomar como base os modelos de preços estudados nesse artigo.

Complementarmente, como os modelos capturaram adequadamente a volatilidade das curvas, é possível medir o risco associado com carteiras de energia, calcular as gregas associadas com os derivativos e otimizar a contratação de energia baseado nos exercícios dos derivativos embutidos.

Em suma, a estrutura discutida no trabalho amplia o conceito de análise de preços no mercado de energia propondo uma visão não baseada na operação do sistema, mas utilizando dados dos próprios agentes de mercado, vinculadas com a comercialização de energia. Esta informação é mais apropriada para modelagem de preços com maturidades de médio e longo prazos. Além disso, essa nova estrutura traz diversos desafios como a geração transparente de informação de qualidade no mercado, não existente até o momento, e a construção de modelos que capturem ao mesmo tempo a estrutura a termo das curvas e a volatilidade. O trabalho é um bom ponto inicial, pois discute não só maneiras adequadas de capturar e organizar essa informação, mas também as principais características estruturais e empíricas desses dados, que

podem ser utilizados para a validação de curvas individuais dentro de empresas, e modelos que capturem de forma adequada a estrutura temporal e a volatilidade das curvas Forward.

## 7. Bibliografia

- [1] L.A. Terry, et al., "Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System", *Interfaces* 16, Jan- Feb 1986, pp 16-38.
- [2] PILIPOVIC, Dragana. *Energy risk: valuing and managing energy derivatives*. New York: McGraw-Hill, 1998.
- [3] Barroso, L.A.; Rudnick, H.; Moreno, R.; Bezerra, B.; Ensuring Resource Adequacy with Auctions of Options and Forward Contracts, *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE, July-2007*, pp 1-6.
- [4] Losekann, L. The second reform of the Brazilian electric sector, *International Journal of Global Energy Issues*, Jan- 2008, pp 75-87.
- [5] SOARES, S.; CARNEIRO, A.A. F. M. Reservoir operation rules for hydroelectric power systems optimization. *IEEE, Vol. 2, 1993*, p. 965-969.
- [6] Leme, R.C.; Turrioni, J.B.; Balestrassi, P.P.; Zambroni de Souza, A.C.; Santos, P.S.; A study of electricity price volatility for the Brazilian energy market, *Electricity Market*, Jul 2008, pp 1-6.
- [7] Nelson, C. R.; Siegel, A. F. Siegel. Parsimonious Modeling of Yield Curves, *The Journal of Business*, Vol. 60, No. 4. (Oct., 1987), pp. 473-489.
- [8] Diebold, F. X., Li C. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics* 130 (2006) 337–364.
- [9] Cryer, J. D., Chan K. *Time Series Analysis with Applications in R, 2008, Second Edition*. Springer.
- [10] Laurini, M. P., Hotta, L. K. *Bayesian extensions to Diebold-Li term structure model*, Elsevier,
- [11] Genest C., Remillard B., Beaudoin D. Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2009, 44, 199-214.